Trigonométrie — Troisième

20 exercices corrigés · mathlvl.fr

Énoncés et corrigés détaillés

Présentation

Dans un triangle rectangle, le cosinus, le sinus et la tangente d'un angle aigu relient cet angle aux côtés : $\cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\sin = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$, $\tan = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$ (moyen mnémotechnique « SOH-CAH-TOA »). Ces exercices corrigés couvrent le calcul d'un côté, d'un angle, et des applications type brevet. Difficulté croissante, correction d'un clic.

Version en ligne, avec les corrections dépliables :
mathlvl.fr/exercices-corriges/troisieme/trigonometrie

Exercice 1 – Identifier les côtés

Dans un triangle ABC rectangle en A, pour l'angle $\hat{B}$, nommer le côté opposé, le côté adjacent et l'hypoténuse.

Exercice 2 – Choisir la bonne formule

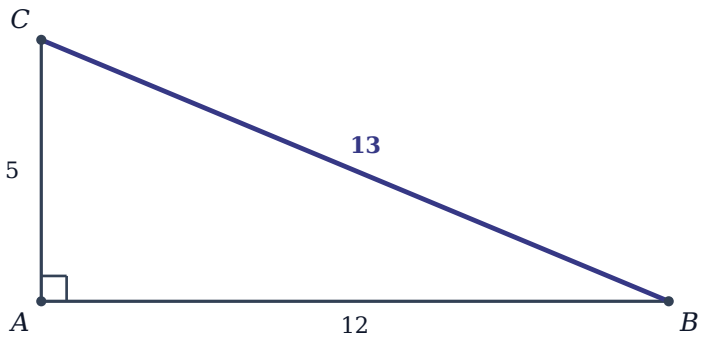
Dans un triangle rectangle, on connaît l'hypoténuse et on cherche le côté opposé à un angle. Quelle relation utiliser ?

Exercice 3 – Calculer un cosinus

Triangle ABC rectangle en A, $AB = 4$, $BC = 5$. Calculer $\cos\hat{B}$.

Exercice 4 – Les trois rapports d'un même angle

ABC est rectangle en A, avec $AB = 12$, $AC = 5$ et $BC = 13$. Donner $\cos\hat{B}$, $\sin\hat{B}$ et $\tan\hat{B}$ sous forme de fractions.



Exercice 5 – Calculer un côté (cosinus)

Triangle rectangle en A, $\hat{B} = 40°$, $BC = 10$ cm (hypoténuse). Calculer AB (adjacent à $\hat{B}$).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 6 – Calculer un côté (sinus)

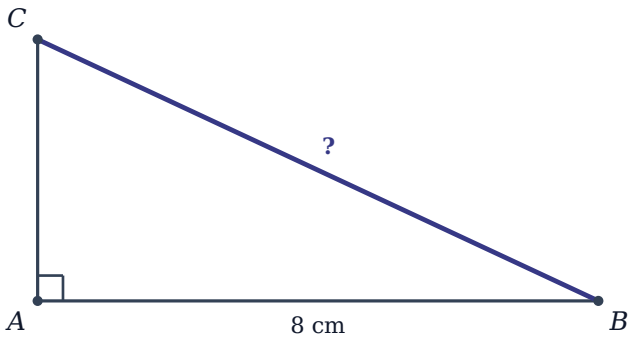
Triangle rectangle en A, $\hat{B} = 35°$, $BC = 12$ cm. Calculer AC (opposé à $\hat{B}$).

Exercice 7 – Calculer un côté (tangente)

Triangle rectangle en A, $\hat{B} = 50°$, $AB = 6$ cm (adjacent). Calculer AC (opposé).

Exercice 8 – Calculer l'hypoténuse

ABC est rectangle en A, $\hat{B} = 25^{\circ}$ et $AB = 8$ cm. Calculer BC, arrondie au mm.



Exercice 9 – Calculer un angle avec le sinus

ABC est rectangle en A, avec $AC = 7$ cm et $BC = 10$ cm. Calculer $\hat{B}$, arrondi au degré.

Exercice 10 – Calculer un angle (cosinus)

Triangle rectangle en A, $AB = 3$, $BC = 6$. Calculer l'angle $\hat{B}$ (arrondi au degré).

Exercice 11 – Calculer un angle (tangente)

Triangle rectangle en A, $AB = 4$, $AC = 3$. Calculer l'angle $\hat{B}$ (au degré).

Exercice 12 – Relation cos²+sin²

Sachant $\cos x = 0{,}6$ pour un angle aigu, calculer $\sin x$.

Exercice 13 – Une pente de 10 %

Un panneau routier indique une pente de 10 % : la route monte de 10 m quand on avance de 100 m à l'horizontale.

1. Quel angle la route fait-elle avec l'horizontale (au dixième de degré) ?

2. Sur une distance horizontale de 2 km, de combien de mètres monte-t-on ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 14 – Type brevet : hauteur d'un bâtiment

D'un point situé à 50 m d'un immeuble, on voit son sommet sous un angle de 30° par rapport à l'horizontale. Calculer la hauteur de l'immeuble.

Exercice 15 – Type brevet : longueur d'une rampe

Une rampe fait un angle de 15° avec le sol et doit atteindre une hauteur de 0,8 m. Quelle est sa longueur ?

Exercice 16 – Type brevet : angle d'une échelle

Une échelle de 4 m a son pied à 1,2 m du mur. Quel angle fait-elle avec le sol (au degré) ?

Exercice 17 – Type brevet : deux angles complémentaires

Dans un triangle ABC rectangle en A, $\hat{B} = 32°$. Calculer $\hat{C}$, puis comparer $\sin\hat{B}$ et $\cos\hat{C}$.

Exercice 18 – Type brevet : aire par la trigonométrie

Triangle rectangle en A, $\hat{B} = 40°$, $BC = 10$ cm. Calculer AB et AC, puis l'aire du triangle.

Exercice 19 – Type brevet : deux bateaux vus d'un phare

Du haut d'un phare de 50 m, un gardien voit deux bateaux alignés avec le pied du phare. Il voit le plus proche sous un angle de 30° sous l'horizontale, et le plus éloigné sous un angle de 20°. Quelle distance sépare les deux bateaux (au mètre près) ?

Exercice 20 – Type brevet : triangle isocèle et trigonométrie

ABC est isocèle en A avec $AB = AC = 10$ cm et $B\hat{A}C = 50^\circ$. H est le milieu de $[BC]$.

1. Justifier que AHB est rectangle en H et que $B\hat{A}H = 25^\circ$.

2. Calculer BH et AH au millimètre.

3. En déduire BC et l'aire de ABC (au cm^2 près).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Corrigés détaillés

Les corrections des 20 exercices, dans l'ordre des énoncés.

Correction de l'exercice 1 – Identifier les côtés

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit : $[BC]$.

Pour l'angle $\hat{B}$: le côté opposé est $[AC]$ (en face de B), le côté adjacent est $[AB]$ (qui touche B sans être l'hypoténuse).

Réponse. Opposé : $[AC]$; adjacent : $[AB]$; hypoténuse : $[BC]$.

Rappel de cours. Hypoténuse = face à l'angle droit. Opposé = face à l'angle considéré. Adjacent = côté de l'angle (hors hypoténuse).

Correction de l'exercice 2 – Choisir la bonne formule

On relie opposé et hypoténuse : c'est le sinus.

$$\sin(\text{angle}) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}.$$

Réponse. Le sinus ($\sin = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}}$).

Rappel de cours. SOH-CAH-TOA : Sinus = Opposé/Hypoténuse, Cosinus = Adjacent/Hypoténuse, Tangente = Opposé/Adjacent.

Correction de l'exercice 3 – Calculer un cosinus

Pour $\hat{B}$: adjacent = $AB = 4$, hypoténuse = $BC = 5$.

$$\cos\hat{B} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{4}{5} = 0{,}8.$$

Réponse. $\cos\hat{B} = 0{,}8$.

Rappel de cours. $\cos = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$.

Correction de l'exercice 4 – Les trois rapports d'un même angle

Pour l'angle $\hat{B}$: l'hypoténuse est $[BC]$, le côté adjacent est $[AB]$ (il touche B) et le côté opposé est $[AC]$.

$$\cos\hat{B} = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{12}{13}.$$

$$\sin\hat{B} = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{5}{13}.$$

$$\tan\hat{B} = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{5}{12}.$$

Réponse. $\cos\hat{B} = \frac{12}{13}$, $\sin\hat{B} = \frac{5}{13}$, $\tan\hat{B} = \frac{5}{12}$.

Rappel de cours. Moyen mnémotechnique : SOH CAH TOA (Sinus = Opposé/Hypoténuse, Cosinus = Adjacent/Hypoténuse, Tangente = Opposé/Adjacent).

Erreur fréquente. « Adjacent » et « opposé » dépendent de l'angle choisi : pour $\hat{C}$, ces deux côtés s'échangent.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 5 – Calculer un côté (cosinus)

$\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$, donc $AB = BC \times \cos\hat{B}$.

$AB = 10 \times \cos 40° \approx 10 \times 0{,}766 = 7{,}66$ cm.

Réponse. $AB \approx 7{,}7$ cm.

Rappel de cours. Pour trouver l’adjacent connaissant l’hypoténuse et l’angle : adjacent = hypoténuse $\times$ cos.

Correction de l’exercice 6 – Calculer un côté (sinus)

$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC}$, donc $AC = BC \times \sin\hat{B}$.

$AC = 12 \times \sin 35° \approx 12 \times 0{,}574 = 6{,}88$ cm.

Réponse. $AC \approx 6{,}9$ cm.

Rappel de cours. Opposé = hypoténuse $\times$ sin.

Correction de l’exercice 7 – Calculer un côté (tangente)

$\tan\hat{B} = \frac{AC}{AB}$, donc $AC = AB \times \tan\hat{B}$.

$AC = 6 \times \tan 50° \approx 6 \times 1{,}19 = 7{,}15$ cm.

Réponse. $AC \approx 7{,}2$ cm.

Rappel de cours. La tangente relie les deux côtés de l’angle droit : $\tan = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$.

Correction de l’exercice 8 – Calculer l’hypoténuse

Pour $\hat{B}$, on connaît le côté adjacent AB et on cherche l’hypoténuse BC : on utilise le cosinus.

$\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$, soit $\cos 25^\circ = \frac{8}{BC}$.

Produit en croix : $BC = \frac{8}{\cos 25^\circ} \approx \frac{8}{0{,}9063} \approx 8{,}827$.

Réponse. $BC \approx 8{,}8$ cm.

Rappel de cours. Quand l’inconnue est au dénominateur, on divise : $BC = \frac{AB}{\cos\hat{B}}$.

Erreur fréquente. Multiplier ($8 \times \cos 25^\circ \approx 7{,}3$) donnerait une hypoténuse plus courte qu’un autre côté, ce qui est impossible.

Correction de l’exercice 9 – Calculer un angle avec le sinus

Pour $\hat{B}$, $[AC]$ est le côté opposé et $[BC]$ l’hypoténuse : on utilise le sinus.

$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{7}{10} = 0{,}7$.

À la calculatrice (touche $\sin^{-1}$ ou Arcsin, en mode degrés) : $\hat{B} \approx 44{,}4^\circ$.

Réponse. $\hat{B} \approx 44^\circ$.

Rappel de cours. Pour retrouver un angle, on calcule le rapport puis on utilise la touche inverse : $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ ou $\tan^{-1}$.

Erreur fréquente. Vérifier que la calculatrice est en degrés et non en radians.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 10 – Calculer un angle (cosinus)

$\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$.

$\hat{B} = \cos^{-1}(0{,}5) = 60°$.

Réponse. $\hat{B} = 60°$.

Rappel de cours. Pour trouver l’angle, on utilise la touche $\cos^{-1}$ (ou Arccos) de la calculatrice.

Correction de l’exercice 11 – Calculer un angle (tangente)

Pour $\hat{B}$: opposé $= AC = 3$, adjacent $= AB = 4$. $\tan \hat{B} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$.

$\hat{B} = \tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}9° \approx 37°$.

Réponse. $\hat{B} \approx 37°$.

Rappel de cours. $\tan^{-1}$ (Arctan) donne l’angle à partir de sa tangente.

Correction de l’exercice 12 – Relation cos²+sin²

Relation : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, donc $\sin^2 x = 1 - 0{,}6^2 = 1 - 0{,}36 = 0{,}64$.

$\sin x = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$ (positif car x est aigu).

Réponse. $\sin x = 0{,}8$.

Rappel de cours. $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$: pour un angle aigu, le sinus est positif.

Correction de l’exercice 13 – Une pente de 10 %

1) On forme un triangle rectangle : côté horizontal 100 m (adjacent à l’angle α de la route) et côté vertical 10 m (opposé).

$\tan \alpha = \dfrac{10}{100} = 0{,}1$, donc $\alpha = \tan^{-1}(0{,}1) \approx 5{,}7^\circ$.

2) La pente est la même sur tout le trajet : sur 2 000 m horizontaux, on monte $0{,}1 \times 2\,000 = 200$ m.

Réponse. Environ $5{,}7^\circ$; on monte de 200 m sur 2 km.

Rappel de cours. Une pente en pourcentage est une tangente : dénivelé ÷ distance horizontale.

Erreur fréquente. Une pente de 10 % ne correspond pas à un angle de 10° : $\tan 10^\circ \approx 0{,}176$, soit 17,6 %.

Correction de l’exercice 14 – Type brevet : hauteur d’un bâtiment

On a un triangle rectangle : distance horizontale 50 m (adjacent), hauteur h (opposé), angle 30°.

$\tan 30° = \dfrac{h}{50}$, donc $h = 50 \times \tan 30° \approx 50 \times 0{,}577 = 28{,}9$ m.

Réponse. Hauteur ≈ 28,9 m.

Rappel de cours. Angle d’élévation : la tangente relie la hauteur (opposé) à la distance horizontale (adjacent).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l'exercice 15 – Type brevet : longueur d'une rampe

La rampe est l'hypoténuse, la hauteur (0,8) est le côté opposé à l'angle 15°.

$\sin 15° = \dfrac{0{,}8}{L}$, donc $L = \dfrac{0{,}8}{\sin 15°} \approx \dfrac{0{,}8}{0{,}259} \approx 3{,}09$ m.

Réponse. Longueur ≈ 3,1 m.

Rappel de cours. Quand l'inconnue est au dénominateur ($\sin = \frac{0{,}8}{L}$), on isole : $L = \frac{0{,}8}{\sin 15°}$.

Correction de l'exercice 16 – Type brevet : angle d'une échelle

L'échelle (4 m) est l'hypoténuse, la distance au mur (1,2 m) est l'adjacent à l'angle au sol.

$\cos(\text{angle}) = \dfrac{1{,}2}{4} = 0{,}3$, donc l'angle $= \cos^{-1}(0{,}3) \approx 72{,}5°$.

Réponse. L'échelle fait environ 72,5° avec le sol.

Rappel de cours. On choisit le rapport selon les côtés connus : ici adjacent et hypoténuse ⇒ cosinus.

Correction de l'exercice 17 – Type brevet : deux angles complémentaires

La somme des angles d'un triangle vaut 180° ; avec l'angle droit en A (90°), $\hat{B} + \hat{C} = 90°$.

$\hat{C} = 90° - 32° = 58°$.

Or $\sin \hat{B} = \cos(90° - \hat{B}) = \cos \hat{C}$: donc $\sin 32° = \cos 58°$.

Réponse. $\hat{C} = 58°$; $\sin \hat{B} = \cos \hat{C}$.

Rappel de cours. Dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires : $\sin x = \cos(90° - x)$.

Correction de l'exercice 18 – Type brevet : aire par la trigonométrie

$AB = BC \cos 40° \approx 10 \times 0{,}766 = 7{,}66$ cm ; $AC = BC \sin 40° \approx 10 \times 0{,}643 = 6{,}43$ cm.

Aire $= \dfrac{AB \times AC}{2} \approx \dfrac{7{,}66 \times 6{,}43}{2} \approx 24{,}6$ cm^2.

Réponse. $AB \approx 7{,}7$ cm, $AC \approx 6{,}4$ cm ; aire ≈ 24,6 cm^2.

Rappel de cours. On calcule les deux côtés de l'angle droit par la trigonométrie, puis l'aire $= \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$.

Correction de l'exercice 19 – Type brevet : deux bateaux vus d'un phare

Soit P le pied du phare, S son sommet, B_1 et B_2 les bateaux. Les triangles SPB_1 et SPB_2 sont rectangles en P.

L'angle sous l'horizontale en S est égal à l'angle $S\hat{B}_1P$ au niveau du bateau (angles alternes-internes, la ligne horizontale en S étant parallèle à la mer). Donc $S\hat{B}_1P = 30^\circ$ et $S\hat{B}_2P = 20^\circ$.

Pour l'angle en B_1, SP est le côté opposé et PB_1 le côté adjacent : $\tan 30^\circ = \dfrac{50}{PB_1}$, donc $PB_1 = \dfrac{50}{\tan 30^\circ} \approx 86{,}6$ m.

De même $PB_2 = \dfrac{50}{\tan 20^\circ} \approx 137{,}4$ m.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Distance entre les bateaux : $PB_2 - PB_1 \approx 137{,}4 - 86{,}6 = 50{,}8$ m.

Réponse. Les bateaux sont à environ 51 m l'un de l'autre.

Rappel de cours. Un angle « sous l'horizontale » vu du haut se retrouve au niveau de l'objet observé (angles alternes-internes).

Erreur fréquente. Le bateau le plus éloigné est vu sous l'angle le plus petit : vérifier la cohérence (137 > 87).

Correction de l'exercice 20 – Type brevet : triangle isocèle et trigonométrie

1) Dans un triangle isocèle, la médiane issue du sommet principal est aussi hauteur et bissectrice : $(AH) \perp (BC)$ et $B\hat{A}H = \dfrac{50^\circ}{2} = 25^\circ$.

2) Dans AHB rectangle en H, d'hypoténuse $AB = 10$:
$BH = AB \times \sin 25^\circ \approx 10 \times 0{,}4226 \approx 4{,}23$ cm et $AH = AB \times \cos 25^\circ \approx 10 \times 0{,}9063 \approx 9{,}06$ cm.

3) $BC = 2\,BH \approx 8{,}45$ cm. Aire $= \dfrac{BC \times AH}{2} \approx \dfrac{8{,}45 \times 9{,}06}{2} \approx 38{,}3$ cm^2.

Réponse. $BH \approx 4{,}2$ cm, $AH \approx 9{,}1$ cm, $BC \approx 8{,}5$ cm, aire ≈ 38 cm^2.

Rappel de cours. Pour utiliser la trigonométrie dans un triangle non rectangle, on trace une hauteur qui crée un triangle rectangle.

Erreur fréquente. Arrondir à la fin seulement : en partant de $BH = 4{,}2$ et $AH = 9{,}1$, l'aire serait 38,22 et non 38,30.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).