

Brevet blanc de mathématiques — Session 2027

Corrigé détaillé

Sujet n°10 — Étoiles, vitrail et aquarium

Sujet d'entraînement conçu par mathlvl.fr (non officiel), au format de l'épreuve 2027

Corrigé détaillé et barème indicatif

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 2 heures. Partie 1 : automatismes et applications directes, 20 minutes, sans calculatrice (6 points). Partie 2 : raisonnement et résolution de problèmes, 1 h 40, avec calculatrice (14 points, dont 2 points de clarté des raisonnements et de maîtrise de la langue). Le barème indiqué entre parenthèses est une proposition de mathlvl.fr pour la correction en classe.

Exercice	Thèmes abordés	Points
Partie 1	Neuf automatismes : fractions, notation scientifique, développement, produit nul, facteurs premiers, vitesse, Pythagore, probabilité, quatrième proportionnelle	6
1	Étoiles : notation scientifique (définition), puissances de 10, durées, ordre de grandeur	4
2	Vitrail : Pythagore, aire, hauteur (définition), cosinus, aire du disque	4
3	Aquarium : volume et contenance, débit, fonction linéaire, débordement	4
	Clarté, précision des raisonnements et maîtrise de la langue	2

Conseils pour la correction en classe

Partie 1 : $\frac{2}{3}$ de point par question. Questions en gras pour la maîtrise de la langue : exercice 1, question 5 ; exercice 2, question 3 ; exercice 3, question 5.

Table des matières

1	Partie 1 — Automatismes et applications directes	3
1.1	Question 1	3
1.2	Question 2	3
1.3	Question 3	3
1.4	Question 4	3
1.5	Question 5	3
1.6	Question 6	3
1.7	Question 7	3
1.8	Question 8	3
1.9	Question 9	4
1.10	Bilan de la partie 1	4
2	Partie 2 — Exercice 1 : les étoiles (4 points)	4
3	Partie 2 — Exercice 2 : le vitrail (4 points)	5
4	Partie 2 — Exercice 3 : l'aquarium (4 points)	6

1 Partie 1 — Automatismes et applications directes

1.1 Question 1

$$\frac{7}{5} - \frac{1}{2} = \frac{14}{10} - \frac{5}{10} = \frac{9}{10}.$$

Réponse : $\frac{9}{10}$.

1.2 Question 2

$$45\,000\,000 = 4,5 \times 10\,000\,000.$$

Réponse : $4,5 \times 10^7$.

1.3 Question 3

$$(2x - 3)(x + 4) = 2x^2 + 8x - 3x - 12 = 2x^2 + 5x - 12.$$

Réponse : $2x^2 + 5x - 12$.

1.4 Question 4

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul : $x - 4 = 0$ ou $2x + 6 = 0$.

Réponse : $x = 4$ ou $x = -3$.

1.5 Question 5

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5.$$

Réponse : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.

1.6 Question 6

$$20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h} : 90 \times \frac{1}{3} = 30.$$

Réponse : 30 km.

1.7 Question 7

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 100 - 36 = 64.$$

Réponse : $AC = 8 \text{ cm}$.

1.8 Question 8

Deux issues favorables (3 et 6) sur six.

Réponse : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

1.9 Question 9

Produits en croix : $12x = 3 \times 20 = 60$, donc $x = 5$.

Réponse : $x = 5$.

1.10 Bilan de la partie 1

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Réponse	$\frac{9}{10}$	$4,5 \times 10^7$	$2x^2 + 5x - 12$	$4; -3$	$2^2 \times 3 \times 5$	30 km	8 cm	$\frac{1}{3}$	5

2 Partie 2 — Exercice 1 : les étoiles (4 points)

1. Notation scientifique (0,5 pt)

Résultat

La notation scientifique d'un nombre décimal positif est son écriture sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et n un nombre entier relatif.

2. Du Soleil à la Terre (0,75 pt)

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1,5 \times 10^8}{3 \times 10^5} = 0,5 \times 10^3 = 500 \text{ s, et } 500 = 8 \times 60 + 20.$$

Résultat

La lumière met 500 s, soit 8 min 20 s.

3. L'année-lumière (0,75 pt)

Une année dure $365 \times 24 \times 3\,600 = 31\,536\,000$ s.

Résultat

$$3 \times 10^5 \times 31\,536\,000 = 9\,460\,800\,000\,000 \text{ km} \approx \text{9,46} \times 10^{12} \text{ km}.$$

4. Proxima du Centaure (0,75 pt)

Résultat

$$4,2 \times 9,4608 \times 10^{12} \approx 39,73 \times 10^{12} \approx \text{3,97} \times 10^{13} \text{ km}.$$

Point de vigilance

$39,73 \times 10^{12}$ n'est pas une notation scientifique : le nombre devant la puissance doit être compris entre 1 et 10.

5. La sonde (1,25 pt — rédaction évaluée)

Méthode : rédaction attendue

La sonde doit parcourir environ $3,97 \times 10^{13}$ km à 17 km/s. Elle mettrait

$$\frac{3,97 \times 10^{13}}{17} \approx 2,34 \times 10^{12} \text{ secondes.}$$

Une année compte 31 536 000 secondes, donc cette durée représente environ $\frac{2,34 \times 10^{12}}{31\,536\,000} \approx 74\,000$ ans. Une vie humaine dure environ un siècle : l'élève a tort, il faudrait plus de 700 vies humaines.

Point de vigilance

Autre raisonnement possible : la sonde va $\frac{300\,000}{17} \approx 17\,600$ fois moins vite que la lumière, qui met 4,2 ans ; la sonde mettrait donc environ $4,2 \times 17\,600 \approx 74\,000$ ans.

3 Partie 2 — Exercice 2 : le vitrail (4 points)

1. Longueur BC (0,75 pt)

Le triangle ABC est rectangle en C, d'hypoténuse [AB]. D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2, \quad \text{donc} \quad BC^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64.$$

Résultat

$$BC = \sqrt{64} = \boxed{8 \text{ cm}}.$$

2. Aire du triangle (0,5 pt)

Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit sont une base et la hauteur associée.

Résultat

$$\mathcal{A} = \frac{AC \times BC}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = \boxed{24 \text{ cm}^2}.$$

3. Hauteur CH (1,25 pt — rédaction évaluée)

Méthode : rédaction attendue

Définition. Dans le triangle ABC, la hauteur issue de C est la droite qui passe par le sommet C et qui est perpendiculaire au côté opposé (AB).

Calcul. En prenant [AB] comme base, la hauteur associée est [CH], donc l'aire du triangle s'écrit aussi $\frac{AB \times CH}{2}$. On obtient l'équation $\frac{10 \times CH}{2} = 24$, soit $5 \times CH = 24$, donc $CH = \frac{24}{5} = 4,8$ cm.

4. Angle $\widehat{BAC}$ (0,75 pt)

Dans le triangle ABC rectangle en C : $\cos \widehat{BAC} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10} = 0,6$.

Résultat

$$\widehat{BAC} \approx \boxed{53,1^\circ}.$$

5. Partie jaune (0,75 pt)

Le disque a pour rayon $\frac{10}{2} = 5$ cm, donc pour aire $\pi \times 5^2 = 25\pi$ cm².

Résultat

$$\text{Aire jaune} : 25\pi - 24 \approx \boxed{54,5 \text{ cm}^2}.$$

4 Partie 2 — Exercice 3 : l'aquarium (4 points)

1. Volume (0,75 pt)

Résultat

$$80 \times 35 \times 40 = \boxed{112\,000 \text{ cm}^3}. \text{ Comme } 1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3, \text{ cela fait } \boxed{112 \text{ L}}.$$

2. Vitesse de montée de l'eau (0,75 pt)

En une minute, le robinet verse 7 L = 7 000 cm³. L'eau forme un pavé de base $80 \times 35 = 2\,800$ cm² ; sa hauteur augmente donc de

Résultat

$$\frac{7\,000}{2\,800} = \boxed{2,5 \text{ cm}} \text{ par minute.}$$

3. Nature de la fonction h (0,5 pt)

Résultat

h est de la forme $t \mapsto at$ avec $a = 2,5$: c'est une **fonction linéaire**. La hauteur d'eau est donc proportionnelle à la durée de remplissage.

4. Calculs (1 pt)

$h(10) = 2,5 \times 10 = 25$ cm. On cherche t tel que $2,5t = 36$: $t = \frac{36}{2,5} = 14,4$ min, et 0,4 min = $0,4 \times 60 = 24$ s.

Résultat

$$h(10) = \boxed{25 \text{ cm}}; \text{ l'eau atteint } 36 \text{ cm au bout de } \boxed{14 \text{ min } 24 \text{ s}}.$$

5. Les pierres (1 pt — rédaction évaluée)**Méthode : rédaction attendue**

Les pierres, entièrement immergées, déplacent un volume d'eau égal au leur, soit $5,6 \text{ L} = 5\,600 \text{ cm}^3$. Ce volume se répartit sur la base de l'aquarium, de $2\,800 \text{ cm}^2$: la hauteur d'eau monte de $\frac{5\,600}{2\,800} = 2 \text{ cm}$. Elle passe de 36 cm à 38 cm. Comme $38 < 40$, l'eau reste sous le bord de l'aquarium : elle ne débordera pas.

Point de vigilance

Autre méthode : à 36 cm, l'aquarium contient $80 \times 35 \times 36 = 100\,800 \text{ cm}^3$; avec les pierres, on atteint $106\,400 \text{ cm}^3$, moins que les $112\,000 \text{ cm}^3$ disponibles.