

Brevet blanc de mathématiques — Session 2027

Corrigé détaillé

Sujet n°7 — Trail, pyramide de verre et tableur

Sujet d'entraînement conçu par mathlvl.fr (non officiel), au format de l'épreuve 2027

Corrigé détaillé et barème indicatif

Objectif du document

Corrigé rédigé question par question : chaque réponse rappelle la formule ou le théorème du cours utilisé (encadrés **Référence cours**), détaille les calculs étape par étape et encadre le résultat final. Les erreurs fréquentes sont signalées dans les encadrés **Point de vigilance**.

Durée de l'épreuve : 2 heures. Partie 1 : automatismes et applications directes, 20 minutes, sans calculatrice (6 points). Partie 2 : raisonnement et résolution de problèmes, 1 h 40, avec calculatrice (14 points, dont 2 points de clarté des raisonnements et de maîtrise de la langue). Le barème indiqué entre parenthèses est une proposition de mathlvl.fr pour la correction en classe.

Exercice	Thèmes abordés	Points
Partie 1	Neuf automatismes : fractions, notation scientifique, développement, équation, pourcentage, vitesse, Pythagore, volume et contenance, antécédent	6
1	Trail : lecture graphique, proportionnalité, vitesses moyennes, durées	4
2	Pyramide de verre : volume, Pythagore dans l'espace, aires, réduction (énoncé), tangente	4
3	Tableur et calcul littéral : formule, conjecture, démonstration, équation $x^2 = a$	4
	Clarté, précision des raisonnements et maîtrise de la langue	2

Conseils pour la correction en classe

Partie 1 : $\frac{2}{3}$ de point par question. Questions en gras pour la maîtrise de la langue : exercice 1, question 4 ; exercice 2, question 4 ; exercice 3, question 4.

Table des matières

1	Partie 1 — Automatismes et applications directes	3
1.1	Question 1	3
1.2	Question 2	3
1.3	Question 3	3
1.4	Question 4	3
1.5	Question 5	3
1.6	Question 6	3
1.7	Question 7	3
1.8	Question 8	4
1.9	Question 9	4
1.10	Bilan de la partie 1	4
2	Partie 2 — Exercice 1 : le trail (4 points)	4
3	Partie 2 — Exercice 2 : la pyramide de verre (4 points)	5
4	Partie 2 — Exercice 3 : calcul littéral et tableur (4 points)	6

1 Partie 1 — Automatismes et applications directes

1.1 Question 1

Dénominateur commun 12 : $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$, irréductible car 19 est premier et ne divise pas 12.

Réponse : $\frac{19}{12}$.

1.2 Question 2

$0,000\,52 = 5,2 \times 0,000\,1 = 5,2 \times 10^{-4}$.

Réponse : $5,2 \times 10^{-4}$.

1.3 Question 3

$(x+3)(x-2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$.

Réponse : $x^2 + x - 6$.

1.4 Question 4

$5x - 7 = 3x + 9 \iff 2x = 16 \iff x = 8$.

Réponse : $x = 8$.

1.5 Question 5

10 % de 70 vaut 7, donc 30 % de 70 vaut $3 \times 7 = 21$.

Réponse : 21.

1.6 Question 6

1 h 30 min = 1,5 h : $\frac{45}{1,5} = 30$.

Réponse : 30 km/h.

1.7 Question 7

La diagonale est l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côtés 3 et 4 : $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.

Réponse : 5 cm.

1.8 Question 8

$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ cm}^3$ et $1 \text{ L} = 1\,000 \text{ cm}^3$.

Réponse : 60 cm^3 , soit $0,06 \text{ L}$.

1.9 Question 9

On résout $-2x + 5 = 1$: $-2x = -4$, donc $x = 2$.

Réponse : 2.

1.10 Bilan de la partie 1

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Réponse	$\frac{19}{12}$	$5,2 \times 10^{-4}$	$x^2 + x - 6$	8	21	30 km/h	5 cm	60 cm^3 ; $0,06 \text{ L}$	2

2 Partie 2 — Exercice 1 : le trail (4 points)

1. Lectures graphiques (0,5 pt)

Résultat

Au bout de 60 min, Lucas a parcouru 12 km. Il a parcouru 15 km en 90 min, soit 1 h 30 min.

2. Proportionnalité (0,5 pt)

Référence cours : proportionnalité et graphique

Une situation de proportionnalité est représentée par des points alignés sur une droite passant par l'origine du repère.

Résultat

Non : la courbe passe par l'origine, mais elle n'est pas une droite (trois segments de pentes différentes). Par exemple $\frac{12}{60} = 0,2$ alors que $\frac{15}{90} \approx 0,17$.

3. Vitesses moyennes (1 pt)

— Première heure : 12 km en 1 h, soit 12 km/h.

— De la 60^e à la 90^e minute : $15 - 12 = 3 \text{ km}$ en $30 \text{ min} = 0,5 \text{ h}$, soit $\frac{3}{0,5} = \text{6 km/h}$.

Résultat

Lucas va deux fois moins vite entre la 60^e et la 90^e minute : le parcours monte sans doute à cet endroit (ou Lucas fatigue, ou il s'arrête au ravitaillement). Toute explication cohérente est acceptée.

4. Le badge (1 pt — rédaction évaluée)

Durée totale : $130 \text{ min} = 2 \text{ h } 10 \text{ min} = \frac{130}{60} \text{ h} = \frac{13}{6} \text{ h}$.

Méthode : rédaction attendue

Lucas a parcouru 21 km en 130 minutes, c'est-à-dire en $\frac{130}{60}$ heure. Sa vitesse moyenne sur toute la course est donc

$$v = \frac{21}{130/60} = \frac{21 \times 60}{130} \approx 9,69 \text{ km/h}.$$

Comme $9,69 > 9,5$, la vitesse moyenne de Lucas dépasse 9,5 km/h : il recevra le badge « coureur confirmé ».

Point de vigilance

2 h 10 min ne s'écrit pas 2,10 h : $10 \text{ min} = \frac{10}{60} \text{ h} \approx 0,17 \text{ h}$. Avec 2,10 h, on trouve 10 km/h, ce qui est faux.

5. À vitesse constante (1 pt)

$$t = \frac{d}{v} = \frac{21}{10} = 2,1 \text{ h}, \text{ et } 0,1 \text{ h} = 0,1 \times 60 \text{ min} = 6 \text{ min}.$$

Résultat

Lucas met 2 h 6 min.

3 Partie 2 — Exercice 2 : la pyramide de verre (4 points)

1. Volume (0,75 pt)

Aire de la base : $35^2 = 1\,225 \text{ m}^2$.

Résultat

$$V = \frac{1\,225 \times 21}{3} = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8\,575 \text{ m}^3.$$

2. Longueurs OH et SH (1 pt)

O est le centre du carré ABCD et H le milieu de [BC] : le segment [OH] est parallèle à [AB] et mesure la moitié du côté du carré, soit $OH = \frac{35}{2} = 17,5 \text{ m}$.

Le triangle SOH est rectangle en O ; d'après le théorème de Pythagore :

$$SH^2 = SO^2 + OH^2 = 21^2 + 17,5^2 = 441 + 306,25 = 747,25.$$

Résultat

$$SH = \sqrt{747,25} \approx \span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">27,3 \text{ m}.$$

3. Surface vitrée (0,75 pt)

Le triangle SBC est isocèle en S, donc la médiane [SH] est aussi la hauteur issue de S.

Résultat

$$\text{Aire de SBC} : \frac{BC \times SH}{2} = \frac{35 \times \sqrt{747,25}}{2} \approx \boxed{478 \text{ m}^2}. \text{ Aire vitrée} : 4 \times 478,38 \approx \boxed{1914 \text{ m}^2}.$$

Point de vigilance

On garde la valeur exacte de SH (ou la valeur affichée par la calculatrice) jusqu'à la fin. Avec $SH = 27,3$, on trouve 1911 m^2 : la démarche reste juste, la réponse est acceptée.

4. Réduction (1 pt — rédaction évaluée)

Méthode : rédaction attendue

Énoncé. Dans une réduction (ou un agrandissement) de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 .

Application. La petite pyramide a pour hauteur la moitié de [SO] : c'est une réduction de rapport $k = \frac{1}{2}$. Sa base est un carré de côté $\frac{35}{2} = 17,5 \text{ m}$, d'aire $17,5^2 = 306,25 \text{ m}^2$ (ou $1225 \times (\frac{1}{2})^2$). Son volume vaut $8575 \times (\frac{1}{2})^3 = \frac{8575}{8} = 1071,875 \text{ m}^3$, soit environ 1072 m^3 .

Point de vigilance

Le volume n'est pas divisé par 2 : il est divisé par $2^3 = 8$.

5. Angle $\widehat{SHO}$ (0,5 pt)

Dans le triangle SOH rectangle en O : $\tan \widehat{SHO} = \frac{SO}{OH} = \frac{21}{17,5} = 1,2$.

Résultat

$$\widehat{SHO} \approx \boxed{50,2^\circ}.$$

4 Partie 2 — Exercice 3 : calcul littéral et tableur (4 points)

1. Formule (0,75 pt)

Résultat

Dans B2 : =(A2+5)*(A2+1). Les parenthèses sont indispensables.

2. Cellules B4 et C4 (0,5 pt)

Résultat

Pour $x = 2$: $B4 = 7 \times 3 = \boxed{21}$ et $C4 = 5^2 = \boxed{25}$.

3. Conjecture (0,5 pt)

Résultat

Sur chaque ligne, $9 - 5 = 16 - 12 = 25 - 21 = 36 - 32 = 49 - 45 = 4$: l'aire du carré semble toujours supérieure de 4 cm^2 à l'aire du rectangle.

4. Démonstration (1,5 pt — rédaction évaluée)

Méthode : rédaction attendue

Soit x un nombre positif. On développe les deux aires à l'aide de la double distributivité :

$$(x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9,$$

$$(x + 5)(x + 1) = x^2 + x + 5x + 5 = x^2 + 6x + 5.$$

La différence vaut $(x^2 + 6x + 9) - (x^2 + 6x + 5) = 9 - 5 = 4$. Quel que soit le nombre positif x , l'aire du carré dépasse donc de 4 cm^2 celle du rectangle : la conjecture est démontrée.

Point de vigilance

Vérifier sur quelques valeurs ne démontre rien : il faut un calcul avec la lettre x .

5. Aire du carré égale à 64 cm^2 (0,75 pt)

$(x + 3)^2 = 64$. Comme $x + 3$ est positif, $x + 3 = 8$, donc $x = 5$.

Résultat

$x = \boxed{5}$. Le rectangle mesure alors 10 cm sur 6 cm : son aire vaut $\boxed{60 \text{ cm}^2}$, soit bien $64 - 4$.