

Brevet de mathématiques — Session 2027

# Questions de cours

Fiche de révision : les questions de cours

88 définitions, propriétés et théorèmes à savoir énoncer — programme du cycle 4

Conçue par mathlvl.fr

## Comment utiliser cette fiche

Depuis la session 2027, les sujets du brevet peuvent demander d'énoncer une définition ou une propriété (« Énoncer la définition de la hauteur... », « Donner la définition d'un antécédent... ») et la maîtrise de la langue compte pour 2 points. Pour chaque notion : la question telle qu'elle peut être posée, la réponse à savoir écrire, un exemple et le piège à éviter. Version en ligne avec cartes de révision : [mathlvl.fr/brevet-maths-2027/questions-de-cours](https://mathlvl.fr/brevet-maths-2027/questions-de-cours).

## Méthode pour apprendre

Cache la réponse, lis la question, récite la définition à voix haute ou écris-la, puis compare mot à mot. Une définition juste contient toutes ses conditions (« passe par le sommet *et* est perpendiculaire au côté opposé »). Reviens sur les cartes ratées le lendemain, puis trois jours plus tard.

## Table des matières

|          |                                       |           |
|----------|---------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Nombres et calculs</b>             | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>Calcul littéral et équations</b>   | <b>6</b>  |
| <b>3</b> | <b>Fonctions et proportionnalité</b>  | <b>8</b>  |
| <b>4</b> | <b>Statistiques et probabilités</b>   | <b>11</b> |
| <b>5</b> | <b>Géométrie plane</b>                | <b>14</b> |
| <b>6</b> | <b>Grandeurs, mesures et espace</b>   | <b>18</b> |
| <b>7</b> | <b>Algorithmique et programmation</b> | <b>20</b> |

# 1 Nombres et calculs

Opposé, inverse, puissances, racine carrée, nombres premiers : les définitions sur les nombres que le brevet peut demander mot pour mot.

## Opposé d'un nombre

*Donner la définition de l'opposé d'un nombre.*

L'opposé d'un nombre  $a$  est le nombre  $-a$  : c'est le nombre dont la somme avec  $a$  est égale à 0.

**Exemple.** L'opposé de  $-3,5$  est  $3,5$  car  $-3,5 + 3,5 = 0$ .

**Piège.** Ne pas confondre avec l'inverse : l'opposé change le signe, l'inverse « retourne » le nombre.

## Inverse d'un nombre

*Donner la définition de l'inverse d'un nombre non nul.*

L'inverse d'un nombre  $a$  non nul est le nombre  $\frac{1}{a}$  : c'est le nombre dont le produit avec  $a$  est égal à 1.

**Exemple.** L'inverse de  $\frac{4}{3}$  est  $\frac{3}{4}$  car  $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$ . L'inverse de  $0,5$  est  $2$ .

**Piège.** 0 n'a pas d'inverse. Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

## Quotient et nombre rationnel

*Qu'est-ce que le quotient de deux nombres ? Qu'est-ce qu'un nombre rationnel ?*

Le quotient de  $a$  par  $b$  (avec  $b \neq 0$ ) est le nombre qui, multiplié par  $b$ , donne  $a$  ; on le note  $\frac{a}{b}$ . Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire comme le quotient de deux nombres entiers.

**Exemple.**  $0,75 = \frac{3}{4}$  et  $-2 = \frac{-2}{1}$  sont rationnels ;  $\sqrt{2}$  et  $\pi$  ne le sont pas (ils sont irrationnels).

## Égalité de deux fractions

*Énoncer la condition d'égalité de deux fractions.*

Pour  $b \neq 0$  et  $d \neq 0$  :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  si et seulement si  $a \times d = b \times c$ . On ne change pas un quotient en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

**Exemple.**  $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$  car  $6 \times 12 = 72$  et  $8 \times 9 = 72$ .

## Fraction irréductible

*Quand dit-on qu'une fraction est irréductible ?*

Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas d'autre diviseur commun que 1 : on ne peut plus la simplifier.

**Exemple.**  $\frac{12}{18} = \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{2}{3}$ , et  $\frac{2}{3}$  est irréductible.

**Piège.** Pour la rendre irréductible d'un coup, on divise par le plus grand diviseur commun (ou on décompose en facteurs premiers).

## Calculer avec des fractions

*Comment additionne-t-on, multiplie-t-on et divise-t-on des fractions ?*

Pour additionner (ou soustraire), on écrit les fractions avec le même dénominateur puis on additionne les numérateurs :  $\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$ . Pour multiplier :  $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ . Pour diviser par une fraction non nulle, on multiplie par son inverse :  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ .

**Exemple.**  $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{12}{20} - \frac{5}{20} = \frac{7}{20}$ .

**Piège.** On n'additionne jamais les dénominateurs :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \neq \frac{2}{5}$ .

## Règle des signes

*Quelle est la règle des signes pour un produit ou un quotient ?*

Le produit (ou le quotient) de deux nombres de même signe est positif ; le produit (ou le quotient) de deux nombres de signes contraires est négatif. Un produit de plusieurs facteurs non nuls est positif s'il contient un nombre pair de facteurs négatifs, négatif sinon.

**Exemple.**  $(-4) \times (-2,5) = 10$  ;  $(-2) \times 3 \times (-1) \times (-5) = -30$  (trois facteurs négatifs).

## Puissance d'un nombre

*Donner la définition de  $a^n$  et de  $a^{-n}$ .*

Pour un nombre  $a$  et un entier  $n \geq 1$  :  $a^n = a \times a \times \dots \times a$  ( $n$  facteurs égaux à  $a$ ). Pour  $a \neq 0$  :  $a^0 = 1$  et  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

**Exemple.**  $2^5 = 32$  ;  $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$  ;  $(-3)^2 = 9$  mais  $-3^2 = -9$ .

**Piège.**  $a^n$  n'est pas  $a \times n$  :  $2^3 = 8$ , pas 6. Les règles  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  se retrouvent en revenant à la définition.

## Notation scientifique

*Qu'est-ce que la notation scientifique d'un nombre ?*

La notation scientifique d'un nombre décimal non nul est son écriture sous la forme  $a \times 10^n$ , où  $a$  est un nombre décimal tel que  $1 \leq a < 10$  (un seul chiffre non nul avant la virgule) et  $n$  un entier relatif.

**Exemple.**  $45\,310 = 4,531 \times 10^4$  et  $0,00086 = 8,6 \times 10^{-4}$ .

**Piège.**  $45,31 \times 10^3$  est égal au bon nombre, mais ce n'est pas une notation scientifique.

## Préfixes de nano à giga

*Que signifient les préfixes nano, micro, milli, kilo, méga et giga ?*

nano =  $10^{-9}$ , micro =  $10^{-6}$ , milli =  $10^{-3}$ , kilo =  $10^3$ , méga =  $10^6$ , giga =  $10^9$ .

**Exemple.**  $1 \text{ GWh} = 10^9 \text{ Wh}$  ;  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$  ;  $5 \text{ Mo} = 5 \times 10^6 \text{ octets}$ .

## Racine carrée

*Donner la définition de la racine carrée d'un nombre positif.*

La racine carrée d'un nombre positif  $a$  est le nombre positif dont le carré est égal à  $a$ . On la note  $\sqrt{a}$  :  $\sqrt{a} \geq 0$  et  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

**Exemple.**  $\sqrt{49} = 7$  car  $7 \geq 0$  et  $7^2 = 49$ . Le côté d'un carré d'aire  $20 \text{ cm}^2$  est  $\sqrt{20} \approx 4,47 \text{ cm}$ .

**Piège.** La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas, et  $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$  en général.

### Carrés parfaits de 1 à 144

*Citer les carrés parfaits jusqu'à 144.*

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144 : ce sont les carrés des entiers de 1 à 12.

**Exemple.** Savoir que  $81 = 9^2$  donne immédiatement  $\sqrt{81} = 9$ , ou que  $121 = 11^2$ .

### Multiple et diviseur

*Quand dit-on qu'un entier est un multiple (ou un diviseur) d'un autre ?*

Un entier  $a$  est un multiple d'un entier  $b$  s'il existe un entier  $k$  tel que  $a = k \times b$ . On dit alors que  $b$  est un diviseur de  $a$ , ou que  $a$  est divisible par  $b$  : la division de  $a$  par  $b$  tombe juste.

**Exemple.**  $91 = 7 \times 13$  : 91 est un multiple de 7, et 7 est un diviseur de 91.

### Critères de divisibilité

*Énoncer les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10.*

Un entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8 ; par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5 ; par 10 si son chiffre des unités est 0 ; par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3 ; par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

**Exemple.**  $2025 : 2 + 0 + 2 + 5 = 9$ , donc 2025 est divisible par 3 et par 9 (et par 5).

### Division euclidienne

*Qu'est-ce que la division euclidienne d'un entier par un autre ?*

Effectuer la division euclidienne d'un entier  $a$  par un entier  $b$  non nul, c'est trouver deux entiers  $q$  (le quotient) et  $r$  (le reste) tels que  $a = b \times q + r$  avec  $0 \leq r < b$ .

**Exemple.**  $47 = 6 \times 7 + 5$  : le quotient de 47 par 6 est 7 et le reste est 5 (car  $5 < 6$ ).

**Piège.**  $47 = 6 \times 6 + 11$  est vrai mais n'est pas la division euclidienne : le reste doit être plus petit que le diviseur.

### Nombre premier

*Donner la définition d'un nombre premier et la liste des nombres premiers inférieurs à 30.*

Un nombre premier est un nombre entier qui admet exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même. Les nombres premiers inférieurs ou égaux à 30 sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29.

**Exemple.** 17 est premier ;  $21 = 3 \times 7$  ne l'est pas.

**Piège.** 1 n'est pas premier (il n'a qu'un seul diviseur) ; 2 est le seul nombre premier pair.

### Décomposition en facteurs premiers

*Que signifie décomposer un entier en produit de facteurs premiers ?*

Tout entier supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme un produit de nombres premiers, et cette écriture est unique (à l'ordre des facteurs près). On l'obtient en divisant successivement par 2, 3, 5, 7, ... tant que c'est possible.

**Exemple.**  $360 = 2 \times 180 = 2^3 \times 45 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ .

**Piège.**  $2^2 \times 5 \times 15$  n'est pas une décomposition en facteurs premiers : 15 n'est pas premier.

## 2 Calcul littéral et équations

Développer, factoriser, équation, identité, produit nul : le vocabulaire algébrique à maîtriser pour les questions de cours et les démonstrations.

### Conventions d'écriture

*Quelles sont les conventions d'écriture du calcul littéral ?*

On peut supprimer le signe  $\times$  devant une lettre ou une parenthèse :  $3 \times a = 3a$ ,  $a \times b = ab$ ,  $4 \times (x + 1) = 4(x + 1)$ . On écrit  $a \times a = a^2$  et  $a \times a \times a = a^3$ ;  $1 \times x = x$ .

**Piège.**  $2x$  signifie  $2 \times x$  : pour  $x = 5$ ,  $2x = 10$ , pas 25.

### Développer et factoriser

*Que signifie développer une expression ? la factoriser ?*

Développer, c'est transformer un produit en une somme (ou une différence). Factoriser, c'est transformer une somme (ou une différence) en un produit. Réduire, c'est regrouper les termes de même nature pour écrire l'expression avec le moins de termes possible.

**Exemple.** Développer :  $3(x + 2) = 3x + 6$ . Factoriser :  $5x + 5 = 5(x + 1)$ .

### Distributivité simple

*Énoncer la propriété de distributivité simple.*

Pour tous nombres  $k$ ,  $a$  et  $b$  :  $k(a + b) = ka + kb$  et  $k(a - b) = ka - kb$ .

**Exemple.**  $-4(2a + 3) = -8a - 12$ .

**Piège.** Le facteur multiplie chaque terme, signe compris :  $3a - 1 - 4(2a + 3) = 3a - 1 - 8a - 12 = -5a - 13$ .

### Double distributivité

*Énoncer la propriété de double distributivité.*

Pour tous nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  :  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ .

**Exemple.**  $(2x + 3)(x - 4) = 2x^2 - 8x + 3x - 12 = 2x^2 - 5x - 12$ .

### Identité remarquable $a^2 - b^2$

*Énoncer l'identité remarquable de la différence de deux carrés.*

Pour tous nombres  $a$  et  $b$  :  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

**Exemple.**  $9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$ ;  $101 \times 99 = 100^2 - 1^2 = 9\,999$ .

**Piège.**  $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$  : par la double distributivité,  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

### Équation, inconnue, solution

*Qu'est-ce qu'une équation ? une solution d'une équation ?*

Une équation est une égalité dans laquelle figure un nombre inconnu, désigné par une lettre (l'inconnue). Une solution de l'équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie. Résoudre l'équation, c'est trouver toutes ses solutions.

**Exemple.** 3 est solution de  $2x + 1 = 7$  car  $2 \times 3 + 1 = 7$ .

## Identité

*Quelle différence entre une équation et une identité ?*

Une identité est une égalité vraie quelles que soient les valeurs données aux lettres, alors qu'une équation n'est vraie que pour certaines valeurs de l'inconnue (ses solutions).

**Exemple.**  $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$  est une identité (vraie pour tout  $x$ ) ;  $x^2 = 9$  est une équation (vraie seulement pour 3 et  $-3$ ).

## Règles de résolution d'une équation

*Quelles opérations a-t-on le droit de faire pour résoudre une équation ?*

On obtient une équation qui a les mêmes solutions en ajoutant (ou en soustrayant) un même nombre aux deux membres, ou en multipliant (ou en divisant) les deux membres par un même nombre non nul.

**Exemple.**  $3x - 2 = 2x + 5 \iff 3x - 2x = 5 + 2 \iff x = 7$ .

**Piège.** Diviser par 0 est interdit ; et on fait toujours la même opération des deux côtés du signe égal.

## Équation produit nul

*Énoncer la propriété du produit nul.*

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul. Ainsi  $A \times B = 0$  équivaut à  $A = 0$  ou  $B = 0$ .

**Exemple.**  $(3x - 2)(x + 3) = 0 \iff 3x - 2 = 0$  ou  $x + 3 = 0 \iff x = \frac{2}{3}$  ou  $x = -3$ .

**Piège.** La propriété ne marche qu'avec 0 : un produit égal à 6 ne donne aucune information sur chaque facteur.

## Équation $x^2 = a$

*Combien de solutions l'équation  $x^2 = a$  a-t-elle ?*

Si  $a > 0$ , l'équation  $x^2 = a$  a deux solutions :  $\sqrt{a}$  et  $-\sqrt{a}$ . Si  $a = 0$ , elle a une seule solution : 0. Si  $a < 0$ , elle n'a aucune solution (un carré est toujours positif).

**Exemple.**  $x^2 = 25 \iff x = 5$  ou  $x = -5$  ;  $x^2 = -4$  n'a pas de solution.

**Piège.** Oublier la solution négative est l'erreur la plus fréquente.

## Prouver ou réfuter une affirmation

*Comment prouve-t-on qu'une propriété est vraie pour tous les nombres ? qu'elle est fausse ?*

Pour prouver qu'une propriété est vraie pour tous les nombres, il faut un raisonnement général, par exemple un calcul littéral : des exemples, même nombreux, ne suffisent pas. Pour prouver qu'elle est fausse, un seul contre-exemple suffit.

**Exemple.** « La somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3 » :  $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1)$ , donc c'est vrai pour tout entier  $n$ .

### 3 Fonctions et proportionnalité

Image, antécédent, fonction linéaire et affine, pourcentages, ratio : les définitions qui reviennent dans presque chaque sujet de brevet.

#### Fonction

*Qu'est-ce qu'une fonction ?*

Une fonction  $f$  est un procédé qui, à un nombre  $x$ , associe un unique nombre, noté  $f(x)$ . On écrit  $f : x \mapsto f(x)$ . Une fonction peut être donnée par une expression, un tableau de valeurs, une représentation graphique ou un programme de calcul.

**Exemple.**  $f : x \mapsto x^2 + 4x - 5$  associe à 1 le nombre  $f(1) = 0$ .

#### Image d'un nombre

*Donner la définition de l'image d'un nombre par une fonction.*

L'image d'un nombre  $x$  par une fonction  $f$  est le nombre  $f(x)$  que la fonction associe à  $x$ . Un nombre a une seule image.

**Exemple.** Si  $g(x) = 10x + 60$ , l'image de 12 par  $g$  est  $g(12) = 180$ .

#### Antécédent d'un nombre

*Donner la définition d'un antécédent d'un nombre  $a$  par une fonction  $f$ .*

Un antécédent d'un nombre  $a$  par la fonction  $f$  est un nombre  $x$  dont l'image par  $f$  est égale à  $a$ , c'est-à-dire un nombre  $x$  tel que  $f(x) = a$ .

**Exemple.** Si  $f(x) = x^2 + 4x - 5$ , les antécédents de  $-5$  sont 0 et  $-4$  car  $f(0) = f(-4) = -5$ .

**Piège.** Un nombre peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents. Pour les trouver, on résout l'équation  $f(x) = a$ .

#### Représentation graphique

*Qu'est-ce que la représentation graphique d'une fonction ?*

Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction  $f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; f(x))$ . Un point  $M(a ; b)$  appartient à la courbe si et seulement si  $f(a) = b$ .

**Exemple.** On lit l'image d'un nombre sur l'axe des ordonnées (à partir de l'abscisse), un antécédent sur l'axe des abscisses (à partir de l'ordonnée).

#### Fonction linéaire

*Qu'est-ce qu'une fonction linéaire ? Comment est sa représentation graphique ?*

Une fonction linéaire est une fonction de la forme  $x \mapsto ax$ , où  $a$  est un nombre fixé (le coefficient). Sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère. Elle modélise une situation de proportionnalité.

**Exemple.** Le prix de  $x$  kg de pommes à 2,40 € le kilo :  $x \mapsto 2,4x$ .

#### Fonction affine

*Qu'est-ce qu'une fonction affine ? Que représentent  $a$  et  $b$  ?*

Une fonction affine est une fonction de la forme  $x \mapsto ax + b$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres fixés. Sa représentation graphique est une droite :  $b$  est l'ordonnée à l'origine (la droite passe par  $(0 ; b)$ ) et  $a$  est le coefficient directeur. Si  $b = 0$ , la fonction est linéaire ; si  $a = 0$ , elle est constante.

**Exemple.**  $g(x) = 10x + 60$  : droite qui coupe l'axe des ordonnées en 60 et monte de 10 quand  $x$  augmente de 1.

### Coefficient directeur

*Comment calcule-t-on le coefficient  $a$  d'une fonction affine à partir de deux valeurs ?*

Si  $f(x) = ax + b$ , pour deux nombres distincts  $x_1$  et  $x_2$  :  $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ . Les accroissements de  $f(x)$  sont proportionnels aux accroissements de  $x$ .

**Exemple.** Droite passant par (0 ; 4) et (2 ; 0) :  $a = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2$ , donc  $f(x) = -2x + 4$ .

### Proportionnalité

*Quand deux grandeurs sont-elles proportionnelles ?*

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsqu'on obtient les valeurs de l'une en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul, appelé coefficient de proportionnalité. Graphiquement, la situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère.

**Piège.** Une droite qui ne passe pas par l'origine (abonnement + prix à l'unité) ne représente pas une situation de proportionnalité.

### Quatrième proportionnelle

*Comment calcule-t-on une quatrième proportionnelle ?*

Si  $a$  et  $b$  sont proportionnels à  $c$  et  $x$  (c'est-à-dire  $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ ), alors  $a \times x = b \times c$  (égalité des produits en croix) et  $x = \frac{b \times c}{a}$ . On peut aussi passer par l'unité ou par le coefficient de proportionnalité.

**Exemple.** 3 melons coûtent 8,40 € ; 5 melons coûtent  $\frac{5 \times 8,40}{3} = 14$  €.

### Appliquer un pourcentage

*Comment calcule-t-on  $t$  % d'une quantité ?*

Prendre  $t$  % d'une quantité  $Q$ , c'est calculer  $\frac{t}{100} \times Q$ .

**Exemple.** 25 % de 800 élèves :  $\frac{25}{100} \times 800 = 200$  élèves.

### Coefficient multiplicateur

*Par quel nombre multiplie-t-on pour augmenter (ou diminuer) une valeur de  $t$  % ?*

Augmenter une valeur de  $t$  % revient à la multiplier par  $1 + \frac{t}{100}$  ; la diminuer de  $t$  % revient à la multiplier par  $1 - \frac{t}{100}$ . Ce nombre est le coefficient multiplicateur.

**Exemple.** Hausse de 20 % :  $\times 1,2$  ; baisse de 15 % :  $\times 0,85$ .

**Piège.** Deux hausses successives de 10 % ne font pas +20 % :  $1,1 \times 1,1 = 1,21$ , soit +21 %.

### Taux d'évolution

*Comment calcule-t-on un taux d'évolution (pourcentage d'augmentation ou de baisse) ?*

Le taux d'évolution d'une valeur de départ  $V_D$  à une valeur d'arrivée  $V_A$  est  $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$ , que l'on exprime en pourcentage.

**Exemple.** De 20 à 26 médailles :  $\frac{26 - 20}{20} = 0,3$ , soit  $+30\%$ .

**Piège.** On divise toujours par la valeur de départ.

## Ratio

*Que signifie « deux nombres sont dans le ratio 2 : 3 » ?*

Deux nombres  $a$  et  $b$  sont dans le ratio 2 : 3 si  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ . De même,  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont dans le ratio 2 : 3 : 7 si  $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$ . Un ratio ne change pas si l'on multiplie (ou divise) tous ses termes par un même nombre non nul.

**Exemple.** Partager 50 € dans le ratio 2 : 3 : 5 parts de 10 €, soit 20 € et 30 €.

## Échelle

*Qu'est-ce que l'échelle d'un plan ou d'une carte ?*

L'échelle est le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le plan et les longueurs réelles, exprimées dans la même unité : échelle = longueur sur le plan  $\div$  longueur réelle.

**Exemple.** À l'échelle  $\frac{1}{20}$ , 7 cm sur la maquette représentent  $7 \times 20 = 140$  cm en réalité.

## 4 Statistiques et probabilités

Moyenne, médiane, étendue, événement contraire, équiprobabilité : le vocabulaire exact pour les exercices les plus prévisibles du brevet.

### Effectif et fréquence

*Qu'est-ce que l'effectif et la fréquence d'une valeur ?*

L'effectif d'une valeur est le nombre de fois où elle apparaît dans la série ; l'effectif total est le nombre de données. La fréquence d'une valeur est le quotient de son effectif par l'effectif total : c'est un nombre entre 0 et 1, que l'on peut écrire en pourcentage.

**Exemple.** 4 « pile » sur 10 lancers : fréquence  $\frac{4}{10} = 0,4 = 40\%$ .

### Moyenne

*Comment calcule-t-on la moyenne d'une série statistique ?*

La moyenne d'une série est le quotient de la somme des valeurs par l'effectif total. Quand les valeurs sont données avec leurs effectifs, on calcule la moyenne pondérée : 
$$\frac{\text{somme des (valeur} \times \text{effectif)}}{\text{effectif total}}.$$

**Exemple.** Notes 8 ; 10 ; 11 ; 11 : moyenne  $\frac{40}{4} = 10$ .

### Médiane

*Donner la définition de la médiane d'une série statistique.*

La médiane d'une série statistique rangée dans l'ordre croissant est une valeur qui partage la série en deux groupes de même effectif : au moins la moitié des valeurs lui sont inférieures ou égales, et au moins la moitié lui sont supérieures ou égales.

**Exemple.** Pour  $n$  valeurs rangées : si  $n$  est impair, c'est la valeur de rang  $\frac{n+1}{2}$  ; si  $n$  est pair, c'est la moyenne des valeurs de rangs  $\frac{n}{2}$  et  $\frac{n}{2} + 1$ .

**Piège.** On range toujours la série avant de chercher la médiane, et on ne la confond pas avec la moyenne.

### Étendue

*Donner la définition de l'étendue d'une série statistique.*

L'étendue d'une série statistique est la différence entre sa plus grande valeur et sa plus petite valeur. C'est un indicateur de dispersion : plus elle est grande, plus les valeurs sont éloignées les unes des autres.

**Exemple.** Salaires de 1 480 € à 3 880 € : étendue  $3\,880 - 1\,480 = 2\,400$  €.

### Diagramme circulaire

*Comment calcule-t-on l'angle d'un secteur dans un diagramme circulaire ?*

L'angle d'un secteur est proportionnel à l'effectif : angle = fréquence  $\times 360^\circ$ .

**Exemple.** Une catégorie qui représente  $\frac{1}{4}$  de l'effectif correspond à un angle droit ( $90^\circ$ ).

## Expérience aléatoire, issue, événement

*Définir une expérience aléatoire, une issue et un événement.*

Une expérience aléatoire est une expérience dont on connaît tous les résultats possibles, mais dont on ne peut pas prévoir à l'avance le résultat. Chaque résultat possible est une issue. Un événement est une condition qui peut être réalisée ou non ; il est réalisé par certaines issues.

**Exemple.** Lancer un dé à 6 faces : 6 issues. L'événement « obtenir un nombre pair » est réalisé par les issues 2, 4 et 6.

## Probabilité d'un événement

*Quelles sont les propriétés d'une probabilité ?*

La probabilité d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1. La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience est égale à 1. Un événement impossible a une probabilité égale à 0, un événement certain une probabilité égale à 1.

**Exemple.** Une probabilité peut s'écrire sous forme fractionnaire ( $1/4$ ), décimale (0,25) ou en pourcentage (25 %).

## Équiprobabilité

*Dans une situation d'équiprobabilité, comment calcule-t-on la probabilité d'un événement ?*

Lorsque toutes les issues ont la même probabilité (situation d'équiprobabilité),  $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$ .

**Exemple.** Urne de 10 rouges, 6 noires, 4 jaunes :  $P(\text{rouge}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ .

**Piège.** Justifier l'équiprobabilité dans la rédaction : « les boules sont indiscernables au toucher », « le dé est équilibré ».

## Événement contraire

*Donner la définition de l'événement contraire et sa probabilité.*

L'événement contraire d'un événement  $A$ , noté  $\bar{A}$  (« non  $A$  »), est l'événement qui est réalisé exactement quand  $A$  ne l'est pas. On a  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .

**Exemple.** Le contraire de « la boule est rouge » est « la boule n'est pas rouge » :  $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ .

## Événements incompatibles

*Quand deux événements sont-ils incompatibles ?*

Deux événements sont incompatibles s'ils ne peuvent pas être réalisés en même temps. Dans ce cas,  $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$ .

**Exemple.** « Obtenir 2 » et « obtenir un nombre impair » sont incompatibles avec un dé.

## Fréquence et probabilité

*Quel lien y a-t-il entre la fréquence observée et la probabilité ?*

Quand on répète un grand nombre de fois une même expérience aléatoire, la fréquence observée d'un événement se rapproche de sa probabilité. Sur un petit nombre d'essais, la fréquence peut s'en éloigner : c'est la fluctuation.

**Exemple.** Sur 100 lancers, « Voici le dessin » apparaît 40 fois (0,4) alors que la probabilité est  $\frac{1}{3} \approx 0,33$  : l'écart vient du petit nombre d'essais.

## 5 Géométrie plane

Hauteur, médiatrice, Thalès, Pythagore, trigonométrie, triangles semblables, transformations : tous les énoncés de géométrie à restituer sans hésiter.

### Médiatrice d'un segment

*Donner la définition de la médiatrice d'un segment et sa propriété.*

La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu. Propriété : un point appartient à la médiatrice d'un segment si et seulement s'il est à égale distance des deux extrémités de ce segment.

**Exemple.** Si  $OA = OB$ , alors  $O$  appartient à la médiatrice de  $[AB]$ .

### Hauteur d'un triangle

*Énoncer la définition de la hauteur issue d'un sommet dans un triangle.*

Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé (ou à la droite qui porte ce côté).

**Exemple.** Aire d'un triangle :  $\frac{\text{côté} \times \text{hauteur relative à ce côté}}{2}$ .

**Piège.** Deux conditions sont exigées dans la définition : « passe par le sommet » et « perpendiculaire au côté opposé ».

### Bissectrice d'un angle

*Donner la définition de la bissectrice d'un angle.*

La bissectrice d'un angle est la demi-droite issue du sommet de l'angle qui partage cet angle en deux angles de même mesure. Dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base est aussi la bissectrice de l'angle principal (et la hauteur issue du sommet principal).

**Exemple.** Dans  $AOB$  isocèle en  $O$  avec  $\widehat{AOB} = 70^\circ$ , la médiatrice de  $[AB]$  coupe l'angle en deux angles de  $35^\circ$ .

### Somme des angles d'un triangle

*Énoncer la propriété de la somme des angles d'un triangle.*

Dans tout triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à  $180^\circ$ . Conséquence : dans un triangle rectangle, les deux angles aigus sont complémentaires (leur somme vaut  $90^\circ$ ).

**Exemple.** Triangle avec  $108^\circ$  et  $36^\circ$  : le troisième angle mesure  $180 - 108 - 36 = 36^\circ$ .

### Angles alternes-internes et correspondants

*Énoncer la caractérisation angulaire du parallélisme.*

Deux droites coupées par une sécante forment des angles alternes-internes et des angles correspondants. Si les deux droites sont parallèles, ces angles sont de même mesure. Réciproquement, si deux angles alternes-internes (ou correspondants) ont la même mesure, alors les droites sont parallèles.

**Exemple.**  $\widehat{BEA} = \widehat{CDA} = 110^\circ$  sont correspondants, donc  $(BE)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

## Angles opposés, complémentaires, supplémentaires

*Que sont des angles opposés par le sommet ? complémentaires ? supplémentaires ?*

Deux angles opposés par le sommet (formés par deux droites sécantes) ont la même mesure. Deux angles sont complémentaires si la somme de leurs mesures vaut  $90^\circ$ , supplémentaires si elle vaut  $180^\circ$ . Trois points alignés forment un angle plat de  $180^\circ$ .

## Triangles isocèle et équilatéral

*Quelles sont les propriétés des angles d'un triangle isocèle et d'un triangle équilatéral ?*

Un triangle isocèle a deux côtés de même longueur ; ses deux angles à la base ont la même mesure. Un triangle équilatéral a ses trois côtés de même longueur ; ses trois angles mesurent  $60^\circ$ .

## Inégalité triangulaire

*Énoncer l'inégalité triangulaire.*

Pour trois points A, B et C :  $AB \leq AC + CB$ . L'égalité  $AB = AC + CB$  a lieu si et seulement si le point C appartient au segment [AB]. Conséquence : on peut construire un triangle si la plus grande longueur est strictement inférieure à la somme des deux autres.

**Exemple.** On ne peut pas construire un triangle de côtés 3 cm, 4 cm et 8 cm, car  $8 > 3 + 4$ .

## Cas d'égalité des triangles

*Énoncer les cas d'égalité des triangles.*

Deux triangles sont égaux (superposables) s'ils ont : leurs trois côtés respectivement de même longueur ; ou un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur ; ou un côté de même longueur compris entre deux angles respectivement de même mesure.

## Triangles semblables

*Donner une définition des triangles semblables et une propriété caractéristique.*

Deux triangles sont semblables lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure (il suffit que deux paires d'angles soient égales). Propriété caractéristique : deux triangles sont semblables si et seulement si les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

**Exemple.** Si les côtés sont proportionnels avec le rapport  $k$ , les aires sont dans le rapport  $k^2$ .

## Parallélogramme

*Donner une définition du parallélogramme et une propriété caractéristique.*

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux. Propriété caractéristique : un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu.

**Exemple.** Si les diagonales ont en plus la même longueur, c'est un rectangle ; si elles sont perpendiculaires, c'est un losange ; les deux à la fois : un carré.

## Théorème de Thalès

*Énoncer le théorème de Thalès.*

Soit deux droites  $(BM)$  et  $(CN)$  sécantes en  $A$ . Si les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles, alors  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ . Le théorème s'applique aux triangles emboîtés et à la configuration « papillon ».

**Exemple.**  $\frac{4,8}{6,4} = \frac{DE}{8}$  donne  $DE = 6$ .

**Piège.** Les rapports se forment en partant toujours du point d'intersection  $A$ , petit triangle sur grand triangle.

### Réciproque du théorème de Thalès

*Énoncer la réciproque du théorème de Thalès.*

Soit deux droites  $(BM)$  et  $(CN)$  sécantes en  $A$ . Si les points  $A, M, B$  et les points  $A, N, C$  sont alignés dans le même ordre et si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ , alors les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

**Piège.** Si les deux rapports sont différents, les droites ne sont pas parallèles (contraposée du théorème).

### Théorème de Pythagore

*Énoncer le théorème de Pythagore.*

Si un triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ , alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

**Exemple.**  $AB = 6,4$  et  $AC = 8$  avec l'angle droit en  $B$  :  $BC^2 = 64 - 40,96 = 23,04$ ,  $BC = 4,8$ .

**Piège.** L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit : c'est toujours le plus long.

### Réciproque du théorème de Pythagore

*Énoncer la réciproque du théorème de Pythagore.*

Si, dans un triangle  $ABC$ , le carré du plus grand côté  $[BC]$  est égal à la somme des carrés des deux autres côtés ( $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ), alors ce triangle est rectangle en  $A$ . Si l'égalité n'est pas vérifiée, le triangle n'est pas rectangle.

**Exemple.**  $7,3^2 = 53,29$  et  $5,5^2 + 4,8^2 = 53,29$  : le triangle est rectangle.

### Cosinus, sinus et tangente

*Donner les définitions du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu.*

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu  $\hat{B}$  :  $\cos \hat{B} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$ ,  $\sin \hat{B} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ ,  
 $\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$ .

**Exemple.** Moyen mnémotechnique : SOH-CAH-TOA.  $\cos 60^\circ = 0,5$ .

**Piège.** La calculatrice doit être en mode degrés ; le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours entre 0 et 1.

### Symétrie axiale

*Définir le symétrique d'un point par rapport à une droite.*

Le symétrique d'un point  $M$  par rapport à une droite  $(d)$  est le point  $M'$  tel que  $(d)$  soit la médiatrice du segment  $[MM']$  (si  $M$  est sur  $(d)$ , il est son propre symétrique). Une symétrie axiale conserve les longueurs, les angles et les aires.

## Symétrie centrale

*Définir la symétrique d'un point par rapport à un point.*

Le symétrique d'un point  $M$  par rapport à un point  $O$  est le point  $M'$  tel que  $O$  soit le milieu du segment  $[MM']$ . Une symétrie centrale est un demi-tour autour de  $O$  : elle conserve les longueurs, les angles et les aires.

## Translation et rotation

*Quel est l'effet d'une translation et d'une rotation sur une figure ?*

Une translation fait glisser une figure : tous les points se déplacent dans la même direction, le même sens et de la même longueur. Une rotation fait tourner une figure autour d'un point (le centre) d'un angle donné, dans un sens donné. Translations et rotations conservent les longueurs, les angles et les aires.

## Homothétie

*Quel est l'effet d'une homothétie de rapport  $k$  sur une figure ?*

Une homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$  agrandit (si  $|k| > 1$ ) ou réduit (si  $|k| < 1$ ) une figure : les longueurs sont multipliées par  $|k|$ , les aires par  $k^2$  ; les angles sont conservés. Si  $k > 0$ , l'image est du même côté de  $O$  ; si  $k < 0$ , elle est de l'autre côté.

**Exemple.** Rapport  $-2,5$  : l'image est de l'autre côté du centre et ses longueurs sont 2,5 fois plus grandes.

## Cercle

*Donner la définition d'un cercle.*

Le cercle de centre  $O$  et de rayon  $r$  est l'ensemble des points situés à la distance  $r$  du point  $O$ . Tous les rayons d'un cercle ont la même longueur ; le diamètre mesure le double du rayon.

**Exemple.** Si  $A$  et  $B$  sont sur un cercle de centre  $O$ , alors  $OA = OB$  : le triangle  $OAB$  est isocèle en  $O$ .

## 6 Grandeurs, mesures et espace

Aires, volumes, conversions, vitesse, masse volumique, agrandissement, repérage : les formules à connaître par cœur pour la partie 1 comme pour les problèmes.

### Formules d'aires

*Donner les formules d'aire du rectangle, du triangle, du parallélogramme et du disque.*

Rectangle :  $L \times \ell$  ; carré :  $c^2$  ; triangle :  $\frac{b \times h}{2}$  ; parallélogramme :  $b \times h$  ; disque de rayon  $r$  :  $\pi \times r^2$ .  
Le périmètre d'un cercle de rayon  $r$  est  $2\pi r$ .

**Piège.** Une aire s'exprime en unités carrées (cm<sup>2</sup>), un périmètre en unités de longueur (cm).

### Formules de volumes

*Donner les formules de volume du pavé, du prisme, du cylindre, de la pyramide, du cône et de la boule.*

Pavé droit :  $L \times \ell \times h$  ; prisme droit et cylindre : aire de la base  $\times$  hauteur (cylindre :  $\pi r^2 h$ ) ;  
pyramide et cône :  $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$  (cône :  $\frac{\pi r^2 h}{3}$ ) ; boule de rayon  $r$  :  $\frac{4}{3} \pi r^3$ .

**Exemple.** Pyramide de base  $7 \times 4$  cm et de hauteur 12 cm :  $\frac{28 \times 12}{3} = 112$  cm<sup>3</sup>.

**Piège.** Ne pas oublier la division par 3 pour une pyramide ou un cône.

### Unités de volume et de contenance

*Quelles sont les correspondances entre unités de volume et de contenance ?*

1 L = 1 dm<sup>3</sup> ; 1 mL = 1 cm<sup>3</sup> ; 1 000 L = 1 m<sup>3</sup>. Pour les aires, on multiplie par 100 d'une unité à la suivante (1 m<sup>2</sup> = 100 dm<sup>2</sup>) ; pour les volumes, par 1 000 (1 dm<sup>3</sup> = 1 000 cm<sup>3</sup>).

**Exemple.** 83 L = 83 dm<sup>3</sup> = 83 000 000 mm<sup>3</sup>.

### Grandeurs quotients : vitesse, débit, masse volumique

*Qu'est-ce qu'une grandeur quotient ? Donner un exemple.*

Une grandeur quotient est obtenue en divisant deux grandeurs. Vitesse moyenne :  $v = \frac{d}{t}$  (km/h, m/s) ; débit : volume  $\div$  durée (L/min) ; masse volumique : masse  $\div$  volume (g/cm<sup>3</sup>). Une grandeur produit est obtenue en multipliant deux grandeurs (énergie en kWh = puissance en kW  $\times$  durée en h).

**Exemple.** 9 km en 45 min, c'est-à-dire en 0,75 h :  $v = \frac{9}{0,75} = 12$  km/h. Et 1 m/s = 3,6 km/h.

**Piège.** 2 h 30 min = 2,5 h, pas 2,3 h.

### Agrandissement et réduction

*Quel est l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport  $k$  ?*

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport  $k$ , les longueurs sont multipliées par  $k$ , les aires par  $k^2$  et les volumes par  $k^3$ . Les angles sont conservés.

**Exemple.** Rapport 2,5 : une aire de 7,5 cm<sup>2</sup> devient  $7,5 \times 2,5^2 = 46,875$  cm<sup>2</sup>.

**Piège.** C'est le piège le plus classique : multiplier une aire par  $k$  au lieu de  $k^2$ .

## Sections de solides

*Quelle est la nature de la section d'un solide par un plan parallèle à une face ou à la base ?*

La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle de mêmes dimensions que cette face. La section d'un cylindre par un plan parallèle à la base est un disque de même rayon. La section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à la base est une réduction de la base.

**Exemple.** Un gobelet en tronc de cône : grand cône moins le petit cône, qui en est une réduction.

## Patron d'un cylindre

*De quoi est composé le patron d'un cylindre ?*

Le patron d'un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  est formé de deux disques de rayon  $r$  et d'un rectangle de dimensions  $h$  et  $2\pi r$  (le périmètre du disque de base).

**Exemple.** Rayon 3 cm : la longueur du rectangle est  $6\pi \approx 18,8$  cm.

## Repérage dans le plan, l'espace et sur la sphère

*Comment repère-t-on un point dans le plan, dans un pavé et sur la Terre ?*

Dans un repère du plan, un point est repéré par son abscisse (axe horizontal) puis son ordonnée (axe vertical). Dans un pavé droit, on ajoute l'altitude. Sur la sphère terrestre, un point est repéré par sa longitude (Est ou Ouest du méridien de Greenwich) et sa latitude (Nord ou Sud de l'équateur).

**Exemple.** Los Angeles : environ ( $118^\circ$  O ;  $35^\circ$  N).

## 7 Algorithmique et programmation

Algorithme, variable, boucle, instruction conditionnelle : le vocabulaire Scratch exigé dans l'exercice d'algorithmique du brevet.

### Algorithme et programme

*Qu'est-ce qu'un algorithme ? un programme ?*

Un algorithme est une suite finie d'instructions qui permet de résoudre un problème ou d'obtenir un résultat. Un programme est la traduction d'un algorithme dans un langage compris par une machine (par exemple Scratch ou Python).

### Variable informatique

*Qu'est-ce qu'une variable en programmation ?*

Une variable est un emplacement de la mémoire, repéré par un nom, qui contient une valeur ; cette valeur peut être modifiée pendant l'exécution du programme (« mettre ... à », « ajouter ... à »).

**Exemple.** « mettre longueur à 20 » puis, dans la boucle, « ajouter 20 à longueur » : la longueur vaut 20, 40, 60...

### Boucle

*Qu'est-ce qu'une boucle ?*

Une boucle permet de répéter un bloc d'instructions : un nombre de fois fixé (« répéter n fois ») ou jusqu'à ce qu'une condition soit remplie (« répéter jusqu'à »).

**Exemple.** Polygone régulier à  $n$  côtés : répéter  $n$  fois « avancer, tourner de  $\frac{360}{n}$  degrés ».

### Instruction conditionnelle

*Qu'est-ce qu'une instruction conditionnelle ?*

Une instruction conditionnelle (« si ... alors ... sinon ... ») exécute un bloc d'instructions seulement si une condition est vraie, et éventuellement un autre bloc si elle est fausse.

**Exemple.** « si lettre = B et chiffre = 7 alors dire Code correct sinon dire Code faux ».

### Événement déclencheur et sous-programme

*Qu'est-ce qu'un événement déclencheur ? un bloc personnalisé ?*

Un événement déclencheur lance l'exécution d'un script (« quand le drapeau vert est cliqué », « quand la touche A est pressée »). Un bloc personnalisé (« définir carré ») regroupe des instructions sous un nom pour les réutiliser plusieurs fois.

### Angle de rotation d'un polygone régulier

*De quel angle faut-il tourner pour tracer un polygone régulier à  $n$  côtés ?*

À chaque sommet, on tourne de l'angle extérieur  $\frac{360^\circ}{n}$  :  $120^\circ$  pour un triangle équilatéral,  $90^\circ$  pour un carré,  $60^\circ$  pour un hexagone régulier.

**Piège.** Pour un triangle équilatéral, on tourne de  $120^\circ$ , pas de  $60^\circ$  (l'angle intérieur).