MathLvl

Fiches de révision de maths

Quatrième

12 fiches, dans l'ordre du programme

Sommaire

1. Puissances p. 2
2. Nombres rationnels p. 5
3. Calcul littéral p. 7
4. Équations du premier degré p. 9
5. Proportionnalité p. 11
6. Statistiques p. 13
7. Probabilités p. 16
8. Théorème de Pythagore p. 18
9. Triangles égaux et semblables p. 20
10. Cosinus d'un angle aigu p. 22
11. Translations et rotations p. 24
12. Algorithmique et Scratch p. 26

mathlvl.fr — Fiches gratuites. Toute reproduction, diffusion ou revente, même partielle, est interdite.

Fiche de révision
Chapitre 1 - Puissances
Niveau 4e - L'essentiel à savoir refaire

1. Définition

Pour n entier positif non nul :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}.$$

a est la **base**, n est l'**exposant**. Cas particuliers : $a^1 = a$ et, si $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Exemples rapides

$$5 \times 5 \times 5 = 5^3$$
$$(-4) \times (-4) = (-4)^2$$
$$10^4 = 10\,000$$

Erreur à éviter

$$3^4 \neq 3 \times 4.$$

En effet :

$$3^4 = 81 \quad \text{et} \quad 3 \times 4 = 12.$$

2. Signe d'une puissance d'un nombre relatif

Base	Exposant pair	Exposant impair
Positive	résultat positif	résultat positif
Négative	résultat positif	résultat négatif

$$(-3)^4 = 81 \qquad (-3)^5 = -243$$

3. Parenthèses indispensables

$$(-2)^4 = 16 \qquad \text{mais} \qquad -2^4 = -16.$$

Dans -2^4, la puissance porte uniquement sur 2 : $-2^4 = -(2^4)$.

4. Puissances de 10

$$10^0 = 1$$
$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 100$$
$$10^3 = 1\,000$$

$$10^{-1} = 0{,}1$$
$$10^{-2} = 0{,}01$$
$$10^{-3} = 0{,}001$$
$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Multiplier par 10^n décale la virgule de n rangs vers la droite ; multiplier par 10^{-n} la décale de n rangs vers la gauche.

Applications

$$7{,}35 \times 10^3 = 7\,350$$
$$7{,}35 \times 10^{-2} = 0{,}0735$$

mathlvl.fr – Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Règles de calcul

5. Même base : calculer avec les exposants

Pour $a \neq 0$:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$
$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Exemples

$$10^4 \times 10^7 = 10^{11}$$
$$\frac{10^8}{10^3} = 10^5$$
$$(10^{-2})^3 = 10^{-6}$$

Même exposant

$$a^n \times b^n = (ab)^n$$
$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$
$$3^4 \times 2^4 = 6^4$$

6. Attention aux fausses règles

$$2^3 + 2^4 \neq 2^7$$

La règle $a^m \times a^n = a^{m+n}$ fonctionne pour un **produit**, pas pour une somme.

$$2^3 \times 3^5$$

ne se simplifie pas directement : bases différentes et exposants différents.

Notation scientifique

7. Forme à connaitre

Un nombre décimal non nul s'écrit en notation scientifique sous la forme :

$$\pm a \times 10^n \qquad \text{avec} \qquad 1 \leq a < 10.$$

n est un entier relatif.

Grand nombre

$$58\,000\,000 = 5{,}8 \times 10^7$$

Exposant positif.

Petit nombre

$$0{,}00042 = 4{,}2 \times 10^{-4}$$

Exposant négatif.

8. Méthode pour écrire en notation scientifique

1. Placer la virgule pour obtenir un nombre entre 1 et 10.
2. Compter les rangs déplacés.
3. Nombre grand : exposant positif. Nombre petit : exposant négatif.

9. Préfixes de nano à giga

Préfixe	Symbole	Valeur
Giga	G	10^9
Méga	M	10^6
Kilo	k	10^3
Unité	–	10^0
Milli	m	10^{-3}
Micro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}

$$3\ \mu\text{L} = 3 \times 10^{-6}\ \text{L} \qquad 7\ \text{Mm} = 7 \times 10^6\ \text{m}$$

mathlvl.fr – Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Méthodes à savoir refaire

Méthode A - Simplifier une expression

$$A = 10^6 \times 10^{-2} \times 10^5$$
$$A = 10^{6-2+5} = 10^9.$$

Méthode B - Corriger une écriture presque scientifique

$$42{,}7 \times 10^5 = 4{,}27 \times 10^1 \times 10^5 = 4{,}27 \times 10^6.$$

La mantisse doit être comprise entre 1 et 10.

Méthode C - Calculer avec des notations scientifiques

$$(3 \times 10^4)(2 \times 10^5) = 6 \times 10^9.$$

On multiplie les nombres devant, puis les puissances de 10.

Entrainement express

Calculer ou simplifier.

1. $(-2)^6$
2. -4^2
3. $10^5 \times 10^{-8}$
4. $\dfrac{10^7}{10^2}$
5. $(10^{-3})^2$
6. 0,00056 en notation scientifique
7. 72 000 000 en notation scientifique
8. 250 nm en mètres

Correction express

1. 64
2. -16
3. 10^{-3}
4. 10^5
5. 10^{-6}
6. $5{,}6 \times 10^{-4}$
7. $7{,}2 \times 10^7$
8. 250×10^{-9} m $= 2{,}5 \times 10^{-7}$ m

Checklist avant l'évaluation

Je sais :

— traduire un produit répété en puissance ;
— calculer le signe d'une puissance ;
— distinguer $(-a)^n$ et $-a^n$;
— utiliser $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$;
— appliquer les règles de calcul ;
— écrire en notation scientifique ;
— comparer des très grands ou très petits nombres ;
— convertir avec nano, micro, milli, kilo, méga, giga.

mathlvl.fr – Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 2
Nombres rationnels - 4e

1. Définition

Un **nombre rationnel** peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ avec a et b entiers relatifs et $b \neq 0$.

$$b \times \frac{a}{b} = a$$

Exemples : $\frac{5}{7}$, $-\frac{11}{4}$, $3 = \frac{3}{1}$, $0{,}8 = \frac{4}{5}$.

Vocabulaire

Dans $\frac{a}{b}$: a est le numérateur et b est le dénominateur. On ne divise jamais par 0.

Signe

$$-\frac{5}{8} = \frac{-5}{8} = \frac{5}{-8}$$

On préfère écrire le signe $-$ devant la fraction ou au numérateur.

2. Fractions égales et simplification

On peut multiplier ou diviser le numérateur et le dénominateur par le même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad (k \neq 0)$$

$$\frac{42}{56} = \frac{42 \div 14}{56 \div 14} = \frac{3}{4}$$

Une fraction **irréductible** ne se simplifie plus.

3. Opposé et inverse

Opposé

$$\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$$

Opposé de $\frac{7}{3}$: $-\frac{7}{3}$.

Inverse

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1 \quad (a \neq 0)$$

Inverse de $-\frac{3}{5}$: $-\frac{5}{3}$.

Attention : 0 n'a pas d'inverse.

4. Comparer des fractions

Même dénominateur positif : on compare les numérateurs.

$$\frac{7}{9} > \frac{4}{9} \qquad -\frac{2}{5} > -\frac{4}{5}$$

Dénominateurs différents : on met au même dénominateur ou on utilise le produit en croix.

$$\frac{5}{6} = \frac{15}{18}, \quad \frac{7}{9} = \frac{14}{18} \quad \Rightarrow \quad \frac{5}{6} > \frac{7}{9}.$$

Produit en croix : si $b > 0$ et $d > 0$, comparer $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ revient à comparer ad et cb.

5. Additionner ou soustraire

Même dénominateur :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \qquad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Dénominateurs différents : mettre au même dénominateur.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12}$$

$$-\frac{2}{5} - \frac{7}{10} = -\frac{4}{10} - \frac{7}{10} = -\frac{11}{10}$$

Erreur classique

On n'additionne pas les dénominateurs :

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} = 1 \quad \text{et non} \quad \frac{5}{10}.$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

6. Multiplier

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad (b \neq 0,\ d \neq 0)$$

$$-\frac{4}{9} \times \frac{3}{10} = -\frac{12}{90} = -\frac{2}{15}$$

On peut simplifier avant ou après le produit.

7. Prendre une fraction d'une quantité

Prendre une fraction d'un nombre revient à multiplier par cette fraction.

$$\frac{a}{b} \text{ de } N = \frac{a}{b} \times N$$

Exemple : les $\frac{3}{5}$ de 80 euros valent

$$\frac{3}{5} \times 80 = 48.$$

Fraction d'une fraction :

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}.$$

8. Diviser

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad (c \neq 0)$$

$$\frac{5}{6} \div \frac{10}{9} = \frac{5}{6} \times \frac{9}{10} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

Attention : on inverse seulement le diviseur, pas la première fraction.

9. Priorités opératoires

1. Parenthèses.
2. Multiplications et divisions.
3. Additions et soustractions.

Exemple :

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{7}{6}.$$

Avec parenthèses :

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{6} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{24}.$$

Checklist

Dénominateur non nul ; signes corrects ; même dénominateur pour $+$ et $-$; inverse du diviseur pour $\div$; résultat simplifié.

10. Récapitulatif

Simplifier : diviseur commun. Comparer : même dénominateur ou produit en croix. Additionner/soustraire : même dénominateur. Multiplier : numérateurs entre eux et dénominateurs entre eux. Diviser : inverse du diviseur. Fraction d'une quantité : multiplication.

11. Mini-test

Calculer et simplifier.

1. $\frac{48}{60}$
2. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
3. $\frac{11}{12} - \frac{3}{8}$
4. $-\frac{2}{5} + \frac{7}{10}$
5. $\frac{5}{14} \times \frac{21}{10}$
6. $\frac{3}{4} \div \frac{9}{8}$
7. $\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \times \frac{9}{4}$
8. Les $\frac{5}{8}$ de 320.

12. Réponses

1. $\frac{4}{5}$
2. $\frac{19}{12}$
3. $\frac{13}{24}$
4. $\frac{3}{10}$
5. $\frac{3}{4}$
6. $\frac{2}{3}$
7. $\frac{1}{12}$
8. 200

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 3
Calcul littéral - 4e

1. Idée générale

Une **expression littérale** contient une ou plusieurs lettres qui représentent des nombres.

$$3x+5 \qquad 7(a-2) \qquad 2n+1$$

Une lettre peut être une **variable** ou une **inconnue**. Dans ce chapitre, on apprend surtout à écrire, calculer et transformer des expressions.

Conventions

$$3\times x = 3x \qquad a\times b = ab$$

$$1x = x \qquad -1x = -x \qquad x\times x = x^2$$

On garde $\times$ entre deux nombres : $3\times 7 = 21$, pas 37.

Traduire une phrase

Si x est un nombre :

- somme de x et 7 : $x+7$;
- produit de 5 par x : $5x$;
- double de x diminué de 3 : $2x-3$;
- triple de la somme de x et 2 : $3(x+2)$.

2. Substitution : calculer une valeur

Substituer, c'est remplacer la lettre par une valeur, puis calculer en respectant les priorités.

$$A = 4x-7 \quad \text{pour } x=5$$

$$A = 4\times 5 - 7 = 13.$$

Avec un nombre négatif, utiliser des parenthèses :

$$B = 3x^2 - 2x + 1 \quad \text{pour } x=-2$$

$$B = 3\times(-2)^2 - 2\times(-2) + 1 = 17.$$

Erreur classique

Si $x=-3$, alors $x^2 = (-3)^2 = 9$. Mais $-3^2 = -(3^2) = -9$. Les parenthèses changent le résultat.

3. Somme, produit, termes, facteurs

Somme : résultat d'une addition. Ses morceaux sont des **termes**.

$3x+5$ termes : $3x$ et 5

Produit : résultat d'une multiplication. Ses morceaux sont des **facteurs**.

$7(x-2)$ facteurs : 7 et $(x-2)$

Développer transforme un produit en somme ; factoriser transforme une somme en produit.

4. Réduire une expression

Réduire, c'est regrouper les termes de même nature.

$$5x+3+2x-8 = 5x+2x+3-8 = 7x-5$$

$$4x-7-9x+2 = -5x-5$$

$$2{,}5x+4-0{,}8x+1{,}2 = 1{,}7x+5{,}2$$

Attention : $3x+4$ ne devient pas $7x$; les termes ne sont pas de même nature.

5. Développer : distributivité simple

Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence.

$$k(a+b) = ka+kb \qquad k(a-b) = ka-kb$$

Exemples :

$$3(x+5) = 3x+15$$

$$7(2x-4) = 14x-28$$

$$-2(x+6) = -2x-12 \qquad -3(x-4) = -3x+12$$

Signe moins devant une parenthèse

Le signe agit sur tous les termes de la parenthèse :

$$-5(x-2) = -5x+10.$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

6. Factoriser : facteur commun

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

$$ka + kb = k(a + b) \qquad ka - kb = k(a - b)$$

Méthode : repérer un facteur présent dans chaque terme, le placer devant la parenthèse, puis écrire ce qui reste.

$$5x + 15 = 5 \times x + 5 \times 3 = 5(x + 3)$$

$$6x - 18 = 6(x - 3)$$

$$7a + 7b = 7(a + b)$$

7. Tester une égalité

Pour savoir si une égalité est vraie pour une valeur donnée, on remplace la lettre dans chaque membre.
Exemple : $2x + 9 = 5x$ pour $x = 3$.

$$2 \times 3 + 9 = 15 \qquad 5 \times 3 = 15$$

L'égalité est vraie pour $x = 3$.
Mais tester une seule valeur ne prouve pas que deux expressions sont toujours égales.

8. Montrer que deux expressions sont égales

On transforme une expression jusqu'à obtenir l'autre.

$$3(x + 4) - 5 = 3x + 12 - 5 = 3x + 7$$

Donc $3(x + 4) - 5$ et $3x + 7$ sont égales pour toutes les valeurs de x.

9. Démontrer avec le calcul littéral

Pour démontrer une propriété générale :

1. choisir une lettre pour représenter un nombre quelconque ;
2. écrire une expression littérale ;
3. transformer l'expression ;
4. conclure.

Exemple : choisir un entier n, le multiplier par 2, ajouter 1 donne $2n + 1$. Comme $2n$ est pair, $2n + 1$ est impair.

10. Programme de calcul

Programme A : choisir un nombre x, ajouter 6, multiplier par 2.

$$A = 2(x + 6) = 2x + 12$$

Programme B : choisir un nombre x, multiplier par 2, ajouter 12.

$$B = 2x + 12$$

Donc les deux programmes donnent toujours le même résultat.

Checklist

Parenthèses avec les nombres négatifs ; signes corrects ; termes semblables seulement ; distribuer sur tous les termes ; vérifier une factorisation en redéveloppant.

11. Mini-test

1. Simplifier : $8 \times x$; $1a$; $-1b$.
2. Calculer $2x + 5$ pour $x = -4$.
3. Calculer $3x^2 - 1$ pour $x = -2$.
4. Réduire : $5x + 7 + 3x - 2$.
5. Réduire : $9x - 4 - 12x + 10$.
6. Développer : $4(x + 6)$.
7. Développer : $-3(x - 5)$.
8. Factoriser : $6x + 18$.
9. Factoriser : $5x - 20$.
10. Montrer que $5(x + 2) - 3x = 2x + 10$.

12. Réponses

1. $8x$; a ; $-b$.
2. -3.
3. 11.
4. $8x + 5$.
5. $-3x + 6$.
6. $4x + 24$.
7. $-3x + 15$.
8. $6(x + 3)$.
9. $5(x - 4)$.
10. $5x + 10 - 3x = 2x + 10$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 4
Équations du premier degré - 4e

1. Vocabulaire essentiel

Une **équation** est une égalité qui contient une inconnue.

$$2x + 3 = 15$$

- x est l'**inconnue** ;
- les expressions de chaque côté de $=$ sont les **membres** ;
- une **solution** est une valeur de x qui rend l'égalité vraie.

Résoudre une équation, c'est trouver toutes ses solutions.

Tester une solution

Pour tester $x = 4$ dans $3x - 5 = 7$:

$$3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7.$$

Le membre de gauche vaut 7, comme le membre de droite. Donc 4 est solution.

Propriétés de l'égalité

On garde les mêmes solutions si on effectue la même opération dans les deux membres :

- ajouter ou soustraire un même nombre ;
- multiplier ou diviser par un même nombre non nul.

2. Objectif : isoler l'inconnue

Isoler l'inconnue, c'est transformer l'équation pour obtenir une écriture du type :

$$x = \text{nombre}.$$

Exemple :

$$3x + 5 = 20 \iff 3x = 15 \iff x = 5.$$

3. Équations simples

Type $x + a = b$

$$x + a = b \iff x = b - a$$

Exemple :

$$x + 8 = 19 \iff x = 11$$

$$x - 5 = -12 \iff x = -7$$

Type $ax = b$, $a \neq 0$

$$ax = b \iff x = \frac{b}{a}$$

Exemple :

$$4x = 28 \iff x = 7$$

$$-3x = 18 \iff x = -6$$

4. Résoudre $ax + b = c$

Méthode : supprimer d'abord le terme constant, puis diviser par le coefficient de x.

$$7x - 4 = 24$$

$$7x = 28$$

$$x = 4.$$

Autre exemple :

$$-2x + 9 = 17 \iff -2x = 8 \iff x = -4.$$

Erreur classique

Dans $3x + 5 = 20$, il faut d'abord enlever 5 :

$$3x + 5 = 20 \iff 3x = 15 \iff x = 5.$$

Ne pas écrire directement $x = 20 \div 3$.

5. Résoudre $ax + b = cx + d$

Quand il y a des x dans les deux membres :

1. regrouper les termes en x d'un côté ;
2. regrouper les nombres de l'autre ;
3. réduire ;
4. diviser par le coefficient de x.

Exemple :

$$5x + 2 = 2x + 14$$

$$3x + 2 = 14$$

$$3x = 12$$

$$x = 4.$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

6. Avec parenthèses

Si nécessaire, développer puis réduire avant de résoudre.

$$2(x-4)+5=17$$
$$2x-8+5=17$$
$$2x-3=17$$
$$2x=20$$
$$x=10.$$

Attention au signe moins :

$$-(x+4)=-x-4 \qquad -(x-7)=-x+7.$$

7. Avec fractions simples

Pour supprimer un dénominateur, on peut multiplier les deux membres par ce dénominateur.

$$\frac{x}{4}=9$$
$$x=36$$

$$\frac{x+3}{5}=4$$
$$x+3=20$$
$$x=17$$

Autre exemple :

$$\frac{1}{2}x+3=11 \iff \frac{1}{2}x=8 \iff x=16.$$

8. Mettre un problème en équation

Méthode indispensable :

1. choisir l'inconnue et dire ce qu'elle représente ;
2. écrire l'équation ;
3. résoudre ;
4. vérifier ;
5. conclure par une phrase.

Exemple : Noé a 6 ans de plus que sa soeur. À eux deux, ils ont 30 ans. On note x l'âge de sa soeur.

$$x+(x+6)=30$$
$$2x+6=30$$
$$2x=24$$
$$x=12.$$

La soeur a 12 ans et Noé a 18 ans.

9. Vérifier et rédiger

Après avoir trouvé une solution, on peut la remplacer dans l'équation de départ.

$$6x-9=2x+15 \quad \text{avec } x=6$$

$$6\times 6-9=27 \qquad 2\times 6+15=27.$$

Les deux membres sont égaux : la solution est correcte.
Présentation conseillée : une transformation par ligne, puis une phrase finale.

10. Cas particuliers

Si les x disparaissent :

- égalité vraie, par exemple $0=0$: tous les nombres sont solutions ;
- égalité fausse, par exemple $0=5$: aucune solution.

Exemples :

$$2(x+3)=2x+6 \quad \Rightarrow \quad 2x+6=2x+6$$

Tous les nombres sont solutions.

$$3x+4=3x-1 \quad \Rightarrow \quad 4=-1$$

Aucune solution.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 5
Proportionnalité - 4e

1. Reconnaître la proportionnalité

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si on passe de l'une à l'autre en multipliant toujours par un même nombre : le **coefficient de proportionnalité**.

A	2	4	7
B	5	10	17,5

On vérifie les quotients :

$$5 \div 2 = 2{,}5, \quad 10 \div 4 = 2{,}5, \quad 17{,}5 \div 7 = 2{,}5.$$

Les quotients sont égaux, donc le tableau est proportionnel.

À ne pas confondre

Un écart constant ne prouve pas la proportionnalité.

A	1	2	3
B	4	5	6

On ajoute 3, mais $4 \div 1 \neq 5 \div 2$. Ce n'est pas proportionnel.

Propriétés du tableau

Dans un tableau proportionnel, on peut :
- multiplier ou diviser une colonne ;
- additionner deux colonnes ;
- passer par l'unité ;
- utiliser un produit en croix.

2. Calculer une quatrième proportionnelle

Dans un tableau de proportionnalité, si trois nombres sont connus, on peut calculer le quatrième.

Nombre de cahiers	3	8
Prix en euros	4,50	x

Méthode par l'unité :

$$4{,}50 \div 3 = 1{,}50 \quad \text{donc} \quad x = 8 \times 1{,}50 = 12.$$

8 cahiers coûtent 12 €.

3. Produit en croix

Si le tableau est proportionnel :

A	a	b
B	c	x

alors $x = \dfrac{b \times c}{a}$ $(a \neq 0)$.

Exemple : 5 kg coûtent 13 €. Prix de 8 kg ?

$$x = \frac{8 \times 13}{5} = 20{,}8.$$

Donc 8 kg coûtent 20,80 €.

4. Pourcentages

Un pourcentage est une proportion sur 100 :

$$p\% = \frac{p}{100}.$$

Calculer p% d'une quantité

$$p\% \text{ de } Q = \frac{p}{100} \times Q$$

Exemple :

$$18\% \text{ de } 250 = 0{,}18 \times 250 = 45.$$

Trouver un pourcentage

$$\frac{\text{partie}}{\text{total}} \times 100$$

Exemple : 17 bonnes réponses sur 20 :

$$\frac{17}{20} \times 100 = 85\%.$$

5. Augmentations et réductions

Augmenter de p% : multiplier par

$$1 + \frac{p}{100}.$$

Réduire de p% : multiplier par

$$1 - \frac{p}{100}.$$

50 € augmente de 12% :

$$50 \times 1{,}12 = 56\,€.$$

80 € diminue de 15% :

$$80 \times 0{,}85 = 68\,€.$$

Erreur classique sur les pourcentages

Une augmentation de 20% puis une réduction de 20% ne ramène pas au départ :

$$100 \times 1{,}20 = 120, \qquad 120 \times 0{,}80 = 96.$$

Le résultat est 96, pas 100.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

6. Vitesse moyenne

La vitesse moyenne est le quotient de la distance par la durée :

$$v = \frac{d}{t} \qquad d = v \times t \qquad t = \frac{d}{v}.$$

Unités fréquentes : km/h ou m/s. Les unités doivent être cohérentes.

Vitesse

36 km en 1,5 h

$v = 36 \div 1{,}5 = 24$ km/h.

Distance

90 km/h pendant 2,5 h

$d = 90 \times 2{,}5 = 225$ km.

Conversions de durée

Les heures ne sont pas écrites en base 10.

$$30 \text{ min} = 0{,}5 \text{ h}, \quad 15 \text{ min} = 0{,}25 \text{ h}, \quad 45 \text{ min} = 0{,}75 \text{ h}.$$

Formule :

$$\text{durée en heures} = \frac{\text{durée en minutes}}{60}.$$

Exemple : 2 h 30 min = 2,5 h.

7. Débit

Un débit mesure une quantité écoulée pendant une unité de temps.

$$D = \frac{V}{t} \qquad V = D \times t \qquad t = \frac{V}{D}.$$

Unités fréquentes : L/min, m^3/h, mL/s.

Débit

48 L en 6 min

$D = 48 \div 6 = 8$ L/min.

Volume

12 L/min pendant 15 min

$V = 12 \times 15 = 180$ L.

8. Échelles

Une échelle est un rapport de proportionnalité :

$$\text{échelle} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}.$$

À l'échelle 1 : 200, 1 cm sur le plan représente 200 cm en réalité. Exemple : 4 cm sur le plan donnent

$$4 \times 200 = 800 \text{ cm} = 8 \text{ m}.$$

9. Méthode pour les problèmes

1. Identifier les deux grandeurs.
2. Vérifier ou admettre la proportionnalité.
3. Faire un tableau clair.
4. Choisir la méthode la plus simple.
5. Calculer en gardant les unités.
6. Conclure par une phrase.

Exemple : 9 km en 45 min. Vitesse en km/h ?

$$45 \text{ min} = 0{,}75 \text{ h}, \qquad v = \frac{9}{0{,}75} = 12 \text{ km/h}.$$

Checklist avant de répondre

- Les unités sont-elles compatibles ?
- Le résultat a-t-il une unité ?
- Ai-je confondu 30 min avec 0,30 h ?
- Le pourcentage porte-t-il sur la bonne quantité de référence ?
- Mon résultat est-il cohérent avec l'énoncé ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 6
Statistiques - 4e

1. Vocabulaire essentiel

Une **série statistique** est un ensemble de données. On distingue :

- **population** : ensemble étudié ;
- **individu** : élément de la population ;
- **caractère** : ce qu'on observe ;
- **valeur** : résultat observé ;
- **effectif** : nombre de fois qu'une valeur apparaît ;
- **effectif total** : nombre total de données.

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}$$

Exemple : si 6 élèves sur 24 ont choisi espagnol, la fréquence est $\frac{6}{24} = 0{,}25 = 25\%$.

2. Moyenne simple

La **moyenne** est la somme des valeurs divisée par le nombre de valeurs.

$$\overline{x} = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{nombre de valeurs}}$$

Exemple : pour 9 ; 12 ; 15 ; 10 ; 14 :

$$\overline{x} = \frac{9+12+15+10+14}{5} = \frac{60}{5} = 12.$$

La moyenne est 12.

3. Moyenne pondérée

Avec un tableau d'effectifs, on multiplie chaque valeur par son effectif.

$$\overline{x} = \frac{x_1 \times n_1 + x_2 \times n_2 + \cdots + x_p \times n_p}{n_1 + n_2 + \cdots + n_p}$$

Note	8	10	12	15	18
Effectif	2	5	7	4	2

$$\overline{x} = \frac{8\times 2 + 10\times 5 + 12\times 7 + 15\times 4 + 18\times 2}{2+5+7+4+2} = \frac{246}{20} = 12{,}3.$$

Méthode moyenne pondérée

1. Multiplier chaque valeur par son effectif.
2. Additionner les produits.
3. Additionner les effectifs.
4. Diviser : somme des produits / effectif total.

Erreur classique

Ne pas faire seulement la moyenne des valeurs différentes. Dans le tableau ci-dessus :

$$\frac{8+10+12+15+18}{5} = 12{,}6$$

est faux, car les effectifs sont oubliés.

4. Médiane

Une **médiane** partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif : au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à la médiane, et au moins la moitié sont supérieures ou égales à la médiane.
Méthode : ranger la série dans l'ordre croissant, compter l'effectif total, puis chercher le milieu.

Effectif impair

$$9 ; 10 ; 11 ; \boxed{12} ; 14 ; 15 ; 18$$

7 valeurs : la médiane est la 4e valeur, donc 12.

Effectif pair

$$7 ; 9 ; \boxed{10} ; \boxed{12} ; 14 ; 15$$

6 valeurs :

$$\text{médiane} = \frac{10+12}{2} = 11.$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

5. Étendue

L'**étendue** est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.

$$\text{étendue} = \text{valeur maximale} - \text{valeur minimale}$$

Exemple : pour 151; 149; 158; 162; 150; 155 :

$$\text{min} = 149, \quad \text{max} = 162, \quad \text{étendue} = 162 - 149 = 13.$$

L'étendue est 13 cm. Elle donne une information sur la dispersion des valeurs.

6. Moyenne, médiane et valeur extrême

Une valeur extrême peut beaucoup modifier la moyenne et l'étendue.

Série A :

$$8; 9; 10; 11; 12$$

$$\overline{x} = 10, \quad \text{médiane} = 10, \quad \text{étendue} = 4.$$

Série B :

$$8; 9; 10; 11; 12; 30$$

$$\overline{x} \approx 13{,}3, \quad \text{médiane} = 10{,}5, \quad \text{étendue} = 22.$$

La moyenne et l'étendue changent beaucoup ; la médiane change peu.

7. Lire un tableau ou un diagramme

Un diagramme en barres donne souvent des effectifs. Il faut d'abord reconstituer le tableau.

Nombre de livres	0	1	2	3	4
Effectif	2	5	7	4	2

Effectif total : $2 + 5 + 7 + 4 + 2 = 20$.

$$\overline{x} = \frac{0 \times 2 + 1 \times 5 + 2 \times 7 + 3 \times 4 + 4 \times 2}{20} = \frac{39}{20} = 1{,}95.$$

Médiane : les 10e et 11e valeurs valent 2, donc la médiane est 2.
Étendue : $4 - 0 = 4$.

8. Comparer deux séries

Pour comparer deux séries, on utilise plusieurs indicateurs.

Groupe A	8	9	10	11	12	20
Groupe B	9	10	11	11	12	13

— Groupe A : moyenne $\approx 11{,}7$, médiane 10,5, étendue 12.
— Groupe B : moyenne 11, médiane 11, étendue 4.
Le groupe A a une moyenne un peu plus élevée grâce au 20, mais le groupe B est plus régulier car son étendue est plus petite.

9. Tableur : formules utiles

— Moyenne : `=MOYENNE(A1:A10)`
— Médiane : `=MEDIANE(A1:A10)`
— Étendue : `=MAX(A1:A10)-MIN(A1:A10)`
— Moyenne pondérée : `=SOMMEPROD(A1:A5;B1:B5)/SOMME(B1:B5)`

Toujours vérifier la plage de cellules et l'unité du résultat.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

10. Méthodes rapides

Calculer une moyenne
1. Additionner toutes les valeurs.
2. Diviser par l'effectif total.
3. Interpréter avec l'unité.

Calculer une médiane
1. Ranger les valeurs.
2. Repérer le milieu.
3. Si deux valeurs centrales : faire leur moyenne.

Calculer une étendue
1. Trouver la valeur minimale.
2. Trouver la valeur maximale.
3. Calculer max - min.

Comparer deux séries
1. Comparer moyenne et médiane.
2. Comparer l'étendue.
3. Rédiger une conclusion nuancée.

11. Pièges à éviter

— Oublier de ranger la série avant la médiane.
— Confondre valeur et effectif.
— Oublier de multiplier par les effectifs.
— Diviser par le nombre de valeurs différentes au lieu de l'effectif total.
— Oublier l'unité.
— Conclure seulement avec la moyenne sans regarder la dispersion.

12. Mini-entraînement corrigé

On relève le nombre de frères et soeurs de 15 élèves.

Nombre	0	1	2	3	4
Effectif	3	5	4	2	1

1) Moyenne pondérée

$$\overline{x} = \frac{0\times 3 + 1\times 5 + 2\times 4 + 3\times 2 + 4\times 1}{15} = \frac{23}{15} \approx 1{,}53.$$

Les élèves ont en moyenne environ 1,5 frère ou soeur.

2) Médiane Il y a 15 élèves, donc la médiane est la 8e valeur de la série rangée. Les valeurs sont :

$$0; 0; 0; 1; 1; 1; 1; \boxed{1}; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 4.$$

La médiane est 1.

3) Étendue

$$4 - 0 = 4.$$

L'étendue est 4.

13. À retenir en une ligne

La moyenne résume l'ensemble des valeurs, la médiane indique le centre de la série rangée, et l'étendue mesure l'écart entre les valeurs extrêmes.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 7
Probabilités - 4e

1. Vocabulaire essentiel

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on connaît les résultats possibles, mais dont on ne peut pas prévoir le résultat avec certitude.

- **issue** : résultat possible ;
- **univers** Ω : ensemble des issues ;
- **événement** : condition formée d'une ou plusieurs issues ;
- **événement élémentaire** : événement contenant une seule issue ;
- **événement certain** : probabilité 1 ;
- **événement impossible** : probabilité 0.

Exemple : lancer un dé. $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. L'événement « obtenir un nombre pair » est $\{2; 4; 6\}$.

2. Probabilité : règles à connaître

Une probabilité mesure la chance qu'un événement se réalise.

$$0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$$

Elle peut s'écrire en fraction, en décimal ou en pourcentage :

$$\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%.$$

Dans un tableau complet, la somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.
La probabilité d'un événement est la **somme des probabilités des issues favorables**.

3. Cas d'équiprobabilité

Des issues sont **équiprobables** si elles ont toutes la même probabilité : dé équilibré, pièce équilibrée, cartes mélangées, boules indiscernables.

$$\boxed{\mathbb{P}(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues possibles}}}$$

Exemple : on lance un dé équilibré. Pour A : « obtenir un multiple de 3 », les issues favorables sont 3 et 6.

$$\mathbb{P}(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

4. Événement contraire

Le **contraire** de A, noté $\overline{A}$, est l'événement « A ne se réalise pas ».

$$\boxed{\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)}$$

Exemple : si $\mathbb{P}(A) = \frac{3}{8}$, alors

$$\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Utiliser le contraire est souvent efficace avec : **au moins un**, **aucun**, **ne pas**, **pas tous**.

5. Calculer avec un tableau de probabilités

On additionne les probabilités des issues favorables.

Issue	A	B	C	D	E
Probabilité	0,12	0,18	0,30	0,25	0,15

Pour l'événement « obtenir une voyelle », les issues favorables sont A et E :

$$\mathbb{P}(\text{voyelle}) = 0{,}12 + 0{,}15 = 0{,}27.$$

6. Expériences à deux épreuves

Pour deux épreuves, on organise les issues avec un **tableau** ou un **arbre**.
Exemple : deux pièces équilibrées.

	2e : P	2e : F
1re : P	$(P; P)$	$(P; F)$
1re : F	$(F; P)$	$(F; F)$

Il y a 4 issues équiprobables.

- Deux piles : $\frac{1}{4}$.
- Exactement une fois pile : $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
- Au moins une fois pile : $\frac{3}{4}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

7. Deux dés : exemple classique

On lance deux dés équilibrés. Il y a $6 \times 6 = 36$ couples possibles équiprobables.
Somme égale à 7 :

$$(1;6), (2;5), (3;4), (4;3), (5;2), (6;1)$$

Donc :

$$\mathbb{P}(\text{somme } 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Au moins un 6 : on utilise le contraire « aucun 6 ».

$$\mathbb{P}(\text{aucun } 6) = \frac{25}{36} \quad \Rightarrow \quad \mathbb{P}(\text{au moins un } 6) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}.$$

8. Fréquence et probabilité

Quand on répète une expérience :

$$\text{fréquence} = \frac{\text{nombre de fois où l'événement se réalise}}{\text{nombre total d'expériences}}.$$

La **fréquence** est observée ; la **probabilité** est un modèle théorique. Quand le nombre de répétitions augmente, les fréquences ont tendance à se rapprocher de la probabilité.

Exemple : pour une pièce équilibrée, $\mathbb{P}(\text{pile}) = \frac{1}{2} = 0{,}5$, mais sur 20 lancers on peut observer 13 piles, soit une fréquence $\frac{13}{20} = 0{,}65$.

9. Pièges à éviter

- Une probabilité n'est jamais négative ni supérieure à 1.
- La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.
- En équiprobabilité, on compte les **issues**, pas seulement les catégories.
- Avec deux dés, $(2;5)$ et $(5;2)$ sont deux issues différentes.
- Après plusieurs piles, face n'est pas « obligé » de sortir.
- « Au moins un » se traite souvent par le contraire « aucun ».

10. Méthode de rédaction

1. Je décris l'expérience et les issues possibles.
2. Je définis l'événement demandé.
3. Je vérifie l'équiprobabilité ou j'utilise le tableau donné.
4. Je compte les issues favorables ou j'additionne les probabilités.
5. Je conclus avec une phrase.

Mini-exercices corrigés

1. Un sac contient 5 jetons rouges, 2 bleus et 3 verts. On tire un jeton.

$$\mathbb{P}(\text{rouge}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}, \qquad \mathbb{P}(\text{pas rouge}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

2. On choisit un nombre de 1 à 20. Multiples de 4 : $4, 8, 12, 16, 20$.

$$\mathbb{P}(\text{multiple de } 4) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}.$$

3. Une expérience a trois issues A, B, C avec $\mathbb{P}(A) = 0{,}2$ et $\mathbb{P}(B) = 0{,}35$.

$$\mathbb{P}(C) = 1 - (0{,}2 + 0{,}35) = 0{,}45.$$

4. Deux pièces : probabilité d'obtenir au moins une face.

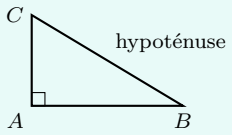
$$\mathbb{P}(\text{au moins une face}) = \frac{3}{4}.$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 8
Théorème de Pythagore - 4e

1. Vocabulaire essentiel

Un **triangle rectangle** possède un angle droit. Le côté situé en face de l'angle droit s'appelle l'**hypoténuse**. Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le plus long côté.



Si ABC est rectangle en A, alors l'hypoténuse est BC.

2. Carrés et racines carrées

Le carré de a est $a^2 = a \times a$.

$$7^2 = 49, \qquad 2{,}5^2 = 6{,}25.$$

La racine carrée de a est le nombre positif dont le carré vaut a.

$$\sqrt{49} = 7, \qquad \sqrt{20} \approx 4{,}47.$$

Si $x^2 = 81$ et si x est une longueur, alors $x = \sqrt{81} = 9$.

3. Théorème de Pythagore : calculer une longueur

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$$\boxed{\text{hypoténuse}^2 = \text{côté}^2 + \text{côté}^2}$$

Si ABC est rectangle en A :

$$\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$$

Usage : on connaît un triangle rectangle et on veut calculer une longueur.

4. Calculer l'hypoténuse

ABC est rectangle en A, $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Calculer BC.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100.$$

$$BC = \sqrt{100} = 10.$$

Donc $BC = 10$ cm.
À retenir : pour l'hypoténuse, on additionne les carrés des deux autres côtés.

5. Calculer un côté de l'angle droit

DEF est rectangle en D, $EF = 13$ cm et $DE = 5$ cm. Calculer DF.
L'hypoténuse est EF.

$$EF^2 = DE^2 + DF^2$$

$$13^2 = 5^2 + DF^2$$

$$DF^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$DF = \sqrt{144} = 12.$$

Donc $DF = 12$ cm.
À retenir : pour un côté de l'angle droit, on soustrait les carrés.

6. Réciproque : prouver qu'un triangle est rectangle

Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle.
Exemple : $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 15$ cm. Le plus grand côté est BC.

$$BC^2 = 15^2 = 225$$

$$AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$. D'après la réciproque de Pythagore, ABC est rectangle en A.

7. Contraposée : prouver qu'un triangle n'est pas rectangle

Si le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.
Exemple : $RS = 5$ cm, $RT = 9$ cm, $ST = 11$ cm. Le plus grand côté est ST.

$$ST^2 = 11^2 = 121$$

$$RS^2 + RT^2 = 5^2 + 9^2 = 25 + 81 = 106$$

Comme $121 \neq 106$, le triangle RST n'est pas rectangle.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

8. Comment choisir le bon outil ?

— **Calculer une longueur** : on sait que le triangle est rectangle, donc on utilise le théorème de Pythagore.
— **Prouver qu'un triangle est rectangle** : on connaît les trois côtés, donc on utilise la réciproque.
— **Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle** : on connaît les trois côtés, donc on utilise la contraposée.

9. Application : diagonale d'un rectangle

Dans un rectangle, deux côtés consécutifs sont perpendiculaires. Une diagonale forme donc un triangle rectangle.
Rectangle de dimensions 9 cm et 12 cm. Diagonale d :

$$d^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225, \qquad d = \sqrt{225} = 15.$$

La diagonale mesure 15 cm.

10. Erreurs fréquentes à éviter

— utiliser Pythagore sans triangle rectangle ;
— mettre le mauvais côté comme hypoténuse ;
— oublier que l'hypoténuse est en face de l'angle droit ;
— écrire $AB^2 = AC^2 + BC^2$ sans vérifier l'angle droit ;
— oublier la racine carrée ;
— comparer avec un côté qui n'est pas le plus grand ;
— confondre théorème et réciproque ;
— oublier l'unité dans la conclusion.

Mini-exercices corrigés

1. ABC est rectangle en B, $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm. Calculer AC.

$$AC^2 = 4^2 + 3^2 = 25, \quad AC = 5 \text{ cm}.$$

2. MNP est rectangle en M, $NP = 10$ cm, $MN = 6$ cm. Calculer MP.

$$MP^2 = 10^2 - 6^2 = 64, \quad MP = 8 \text{ cm}.$$

3. Côtés 7, 24, 25 cm. Rectangle ?

$$25^2 = 625, \quad 7^2 + 24^2 = 625.$$

Oui, d'après la réciproque de Pythagore.
4. Côtés 6, 8, 11 cm. Rectangle ?

$$11^2 = 121, \quad 6^2 + 8^2 = 100.$$

Non, car $121 \neq 100$.

11. Phrase-type de rédaction

Pour calculer : « Dans le triangle ... rectangle en ..., d'après le théorème de Pythagore, ... »
Pour prouver rectangle : « Le plus grand côté est ... ; comme ... d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en ... »
Pour prouver non rectangle : « Le plus grand côté est ... ; comme ... les deux quantités ne sont pas égales. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle. »

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 9
Triangles égaux et semblables - 4e

1. Éléments homologues

Lorsque deux triangles sont mis en correspondance, les sommets, côtés et angles qui se correspondent sont dits **homologues**.
Si les triangles ABC et DEF sont dans cet ordre :

$$A \leftrightarrow D, \quad B \leftrightarrow E, \quad C \leftrightarrow F.$$

Donc :

$$AB \leftrightarrow DE, \quad AC \leftrightarrow DF, \quad BC \leftrightarrow EF.$$

L'ordre des lettres est essentiel.

2. Triangles égaux

Deux triangles sont **égaux** lorsqu'ils sont superposables : même forme et même taille.
S'ils sont égaux dans le même ordre, alors leurs côtés homologues ont la même longueur et leurs angles homologues ont la même mesure.
Conséquence : on peut déduire une longueur ou un angle en utilisant les éléments homologues.

3. Les trois cas d'égalité des triangles

Pour prouver que deux triangles sont égaux, on peut utiliser l'un des cas suivants.

Cas	Condition suffisante
Côté-côté-côté	Les trois côtés sont deux à deux de même longueur.
Côté-angle-côté	Deux côtés sont deux à deux de même longueur et l'angle compris entre eux a la même mesure.
Angle-côté-angle	Un côté a la même longueur et les deux angles adjacents à ce côté ont la même mesure.

Attention : trois angles égaux ne suffisent pas pour conclure que deux triangles sont égaux.

4. Utiliser des triangles égaux

Méthode :
1. repérer les deux triangles ;
2. choisir un cas d'égalité ;
3. conclure que les triangles sont égaux ;
4. utiliser les côtés ou angles homologues.

Exemple : les triangles ABC et DEF sont égaux dans cet ordre. Si $BC = 8$ cm, alors $EF = 8$ cm car $BC \leftrightarrow EF$.

5. Triangles semblables

Deux triangles sont **semblables** lorsqu'ils ont leurs angles deux à deux de même mesure. Ils ont la même forme, mais pas forcément la même taille.
Si ABC et DEF sont semblables dans cet ordre :

$$\widehat{A} = \widehat{D}, \quad \widehat{B} = \widehat{E}, \quad \widehat{C} = \widehat{F}.$$

Deux angles suffisent : si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ils sont semblables, car la somme des angles d'un triangle vaut 180°.

6. Côtés homologues proportionnels

Si deux triangles sont semblables, alors leurs côtés homologues sont proportionnels.
Si ABC et DEF sont semblables dans cet ordre :

$$\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC} = k.$$

k est le **coefficient d'agrandissement ou de réduction** de ABC vers DEF.
Important : on compare uniquement les côtés homologues.

7. Calculer une longueur avec des triangles semblables

Les triangles ABC et DEF sont semblables dans cet ordre. On sait :

$$AB = 4 \text{ cm}, \quad AC = 7 \text{ cm}, \quad DE = 10 \text{ cm}.$$

On cherche DF.
Comme $AB \leftrightarrow DE$ et $AC \leftrightarrow DF$:

$$k = \frac{DE}{AB} = \frac{10}{4} = 2{,}5.$$

Donc :

$$DF = AC \times k = 7 \times 2{,}5 = 17{,}5 \text{ cm}.$$

8. Produit en croix

On peut aussi utiliser une égalité de rapports.
Si RST et UVW sont semblables dans cet ordre, avec $RS = 6$ cm, $RT = 8$ cm et $UV = 9$ cm, alors :

$$\frac{UV}{RS} = \frac{UW}{RT}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{UW}{8}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$UW = \frac{9 \times 8}{6} = 12 \text{ cm}.$$

9. Égaux ou semblables ?

Notion	Ce qui est conservé	Coefficient
Triangles égaux	Longueurs et angles	$k = 1$
Triangles semblables	Angles et proportions	k quelconque positif

Deux triangles égaux sont toujours semblables. Deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux.

10. Erreurs fréquentes à éviter

- confondre égal et semblable ;
- ignorer l'ordre des lettres ;
- associer les mauvais côtés ;
- conclure « égaux » avec seulement trois angles ;
- utiliser une proportion sans triangles semblables ;
- inverser le coefficient ;
- oublier que k multiplie les longueurs ;
- oublier les unités dans la conclusion.

Mini-exercices corrigés

1. ABC et DEF sont égaux dans cet ordre. Si $AC = 6$ cm, alors $DF = 6$ cm.
2. ABC et MNP ont deux angles égaux deux à deux : $\widehat{A} = \widehat{M}$ et $\widehat{B} = \widehat{N}$. Ils sont semblables.
3. ABC et DEF sont semblables dans cet ordre. $AB = 5$, $BC = 9$, $DE = 15$. Calculer EF.

$$k = \frac{DE}{AB} = \frac{15}{5} = 3, EF = BC \times 3 = 27.$$

Donc $EF = 27$.
4. Deux triangles ont trois angles égaux deux à deux. Peut-on dire qu'ils sont égaux ? Non. On peut seulement dire qu'ils sont semblables, sauf information supplémentaire sur les longueurs.

11. Phrases types

Triangles égaux : « Les triangles ... ont ... D'après le cas d'égalité ..., ils sont égaux. Donc leurs côtés/angles homologues sont égaux. »
Triangles semblables : « Les triangles ... ont deux angles deux à deux de même mesure. Ils sont donc semblables. Leurs côtés homologues sont proportionnels. »

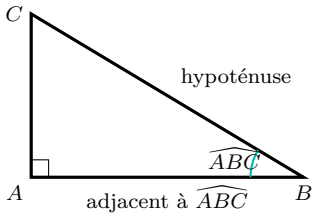
mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 10
Cosinus d'un angle aigu - 4e

1. Vocabulaire indispensable

Dans un triangle rectangle :
- l'**hypoténuse** est le côté opposé à l'angle droit ; c'est le plus long côté ;
- un **angle aigu** mesure entre 0° et 90° ;
- le **côté adjacent** à un angle aigu est le côté qui touche cet angle et qui n'est pas l'hypoténuse.

Le côté adjacent dépend de l'angle choisi.



2. Formule du cosinus

Dans un triangle rectangle :

$$\boxed{\cos(\text{angle aigu}) = \frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}}$$

Si ABC est rectangle en A, alors :

$$\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AB}{BC} \quad \text{et} \quad \cos\left(\widehat{ACB}\right) = \frac{AC}{BC}.$$

Toujours vérifier le triangle rectangle avant d'utiliser le cosinus.

3. Valeurs possibles

Pour un angle aigu :

$$0 < \cos(\text{angle}) < 1.$$

Un cosinus supérieur à 1 ou négatif indique une erreur de raisonnement ou de calcul.

4. Écrire une relation de cosinus

Méthode :
1. citer le triangle rectangle ;
2. repérer l'hypoténuse ;
3. choisir l'angle aigu ;
4. repérer le côté adjacent ;
5. écrire $\cos(\text{angle}) = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$.

Exemple : RST rectangle en R.

$$\cos\left(\widehat{RST}\right) = \frac{RS}{ST} \quad \text{et} \quad \cos\left(\widehat{RTS}\right) = \frac{RT}{ST}.$$

5. Calculer un côté adjacent

On connait l'angle et l'hypoténuse.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Donc :

$$\boxed{\text{adjacent} = \text{hypoténuse} \times \cos(\alpha)}$$

Exemple : $BC = 12$ cm et $\widehat{ABC} = 35°$.

$$AB = 12 \times \cos(35°) \approx 9{,}8 \text{ cm}.$$

6. Calculer l'hypoténuse

On connait l'angle et le côté adjacent.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Donc :

$$\boxed{\text{hypoténuse} = \frac{\text{adjacent}}{\cos(\alpha)}}$$

Exemple : $DE = 7$ cm et $\widehat{DEF} = 42°$.

$$EF = \frac{7}{\cos(42°)} \approx 9{,}4 \text{ cm}.$$

L'hypoténuse doit être plus grande que le côté adjacent.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

7. Calculer un angle

On connait le côté adjacent et l'hypoténuse.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Puis :

$$\boxed{\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}\right)}$$

Exemple : $MN = 8$ cm, $NP = 13$ cm, triangle rectangle en M.

$$\widehat{MNP} = \cos^{-1}\left(\frac{8}{13}\right) \approx 52°.$$

8. Calculatrice

Avant d'utiliser cos ou $\cos^{-1}$, vérifier que la calculatrice est en **degrés** : mode **DEG**.

- Pour calculer une longueur : utiliser $\cos(35°)$, $\cos(42°)$, etc.
- Pour calculer un angle : utiliser $\cos^{-1}$ ou arccos.

9. Rédaction type

1. Le triangle ... est rectangle en ...
2. Son hypoténuse est ...
3. Pour l'angle ..., le côté adjacent est ...
4. Donc $\cos(...) = \frac{...}{...}$.
5. On calcule, on arrondit et on conclut avec l'unité.

10. Erreurs fréquentes

- utiliser le cosinus sans triangle rectangle ;
- confondre adjacent et opposé ;
- choisir le mauvais angle ;
- oublier que l'hypoténuse est au dénominateur ;
- multiplier alors qu'il faut diviser ;
- oublier le mode degrés ;
- arrondir trop tôt ;
- oublier les unités.

Mini-exercices corrigés

1. ABC est rectangle en A, $AB = 9$ cm et $BC = 15$ cm. Calculer $\cos\left(\widehat{ABC}\right)$.

$$\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AB}{BC} = \frac{9}{15} = 0{,}6.$$

2. RST est rectangle en R, $ST = 18$ cm et $\widehat{RST} = 28°$. Calculer RS.

$$RS = 18 \times \cos(28°) \approx 15{,}9 \text{ cm}.$$

3. EFG est rectangle en E, $EF = 5{,}5$ cm et $\widehat{EFG} = 61°$. Calculer FG.

$$FG = \frac{5{,}5}{\cos(61°)} \approx 11{,}3 \text{ cm}.$$

4. KLM est rectangle en K, $KL = 4$ cm et $LM = 7$ cm. Calculer $\widehat{KLM}$.

$$\widehat{KLM} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{7}\right) \approx 55°.$$

11. Contrôles rapides

- Une longueur doit être positive.
- Un côté de l'angle droit doit être plus petit que l'hypoténuse.
- Un angle aigu doit être entre 0° et 90°.
- Une valeur de cosinus d'un angle aigu doit être entre 0 et 1.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 11
Translations et rotations - 4e

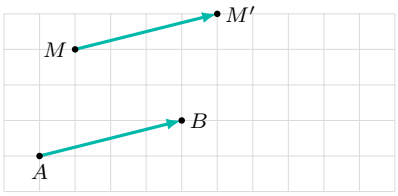
1. Transformation

Une transformation associe à chaque point un point appelé son **image**. Si A' est l'image de A, on note souvent $A \mapsto A'$.

2. Translation

Une **translation** est un glissement. Tous les points se déplacent :
- dans la même direction ;
- dans le même sens ;
- de la même longueur.

La translation qui transforme A en B applique à chaque point le déplacement de A vers B.



3. Construire par translation

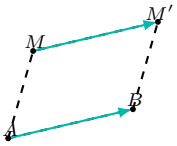
Sur quadrillage : on compte le déplacement de A vers B, puis on le reproduit à partir de chaque point.
À la règle et au compas : pour l'image M' de M, tracer par M la parallèle à (AB), puis reporter AB dans le même sens.

4. Translation et parallélogramme

Si la translation transforme A en B et M en M', alors :

$$AB = MM'$$

et les déplacements $A \to B$ et $M \to M'$ ont même direction et même sens.
Quand les points ne sont pas alignés, $ABM'M$ est un **parallélogramme**.



5. Rotation

Une **rotation** fait tourner une figure autour d'un point fixe. Elle est définie par :
- un **centre** ;
- un **angle** ;
- un **sens** : horaire ou antihoraire.

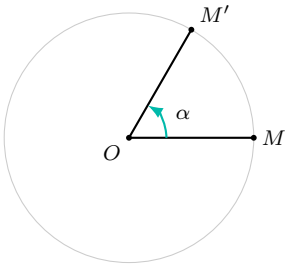
Le centre de rotation ne bouge pas.

6. Image d'un point par rotation

Si M' est l'image de M par la rotation de centre O et d'angle α, alors :

$$\boxed{OM' = OM}$$

et l'angle entre $[OM)$ et $[OM')$ mesure α dans le sens indiqué.



7. Construire par rotation

Pour construire M' :
1. tracer $[OM]$;
2. au rapporteur, tracer depuis O la demi-droite obtenue après rotation de l'angle demandé ;
3. au compas, reporter OM sur cette demi-droite ;
4. placer M'.

Pour une figure, construire l'image de chaque sommet puis relier dans le même ordre.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

8. Propriétés conservées

Une translation et une rotation conservent :

- les longueurs ;
- les angles ;
- l'alignement ;
- le parallélisme ;
- la perpendicularité ;
- les aires ;
- les périmètres ;
- la forme.

Donc une figure et son image sont **superposables**.

9. Différence entre translation et rotation

Translation	glissement sans tourner ; la figure garde la même orientation.
Rotation	la figure tourne autour d'un centre ; son orientation change souvent.

10. Images usuelles

- L'image d'un segment est un segment de même longueur.
- L'image d'une droite par translation est une droite parallèle.
- L'image d'un cercle est un cercle de même rayon.
- L'image d'un polygone se construit en transformant ses sommets.

11. Rédaction type

Longueur :
La transformation transforme A en A' et B en B'.
Or une translation/rotation conserve les longueurs.
Donc $A'B' = AB$.

Angle :
La transformation transforme A, B, C en A', B', C'.
Or une translation/rotation conserve les angles.
Donc $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC}$.

12. Erreurs fréquentes

- confondre translation et symétrie ;
- oublier le sens horaire/antihoraire d'une rotation ;
- changer la taille de la figure ;
- déplacer les sommets de façons différentes en translation ;
- placer un point image à la bonne distance mais avec le mauvais angle ;
- relier les sommets images dans le mauvais ordre.

Mini-exercices corrigés

1. Une translation déplace A de 4 carreaux à droite et 1 carreau vers le haut. Où est l'image de M ?
Réponse : 4 carreaux à droite et 1 carreau vers le haut à partir de M.

2. Une rotation de centre O transforme M en M'. Si $OM = 7$ cm, que vaut OM' ?
Réponse : $OM' = OM = 7$ cm, car une rotation conserve la distance au centre.

3. ABC est transformé en $A'B'C'$ par une translation. Si $AB = 5{,}2$ cm, que vaut $A'B'$?
Réponse : $A'B' = 5{,}2$ cm, car une translation conserve les longueurs.

4. Une figure garde la même taille mais tourne autour d'un point fixe. Quelle transformation est-ce ?
Réponse : une rotation.

13. À retenir absolument

- Translation = même glissement pour tous les points.
- Rotation = même angle autour d'un centre.
- Les deux transformations conservent longueurs, angles, alignement, parallélisme, aires et périmètres.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Fiche de révision - Chapitre 12
Algorithmique et Scratch - 4e

1. Algorithme et programme

Un **algorithme** est une suite finie d'instructions pour résoudre un problème. Un **programme** est la traduction d'un algorithme dans un langage, ici Scratch.

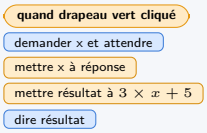
2. Variables

Une **variable** stocke une valeur qui peut changer : nombre, score, résultat, compteur.

- `mettre score à 0` initialise.
- `ajouter 1 à score` augmente.

Programme de calcul

Pour calculer $3x + 5$:



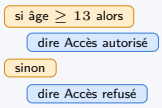
3. Tests

Un **test** exécute des instructions différentes selon une condition.

condition vraie $\Rightarrow$ bloc alors, condition fausse $\Rightarrow$ bloc sinon

Exemples : $x > 0$, score ≥ 10, réponse $= 6$.

Script type : si ... alors ... sinon

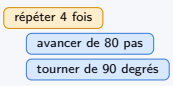


4. Boucles

Une **boucle** répète des instructions.

- `répéter n fois` : nombre connu.
- `répéter jusqu'à ...` : jusqu'à une condition vraie.
- `répéter indéfiniment` : animation ou jeu.

Tracer un carré



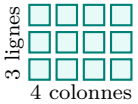
Pour un polygone régulier à n côtés : tourner de $\frac{360}{n}$ degrés.

5. Boucles imbriquées

Des **boucles imbriquées** sont des boucles dans des boucles.

$$\text{total} = \text{répétitions extérieures} \times \text{répétitions intérieures}$$

Exemple : 3 lignes et 4 colonnes donnent $3 \times 4 = 12$ répétitions de l'action intérieure.

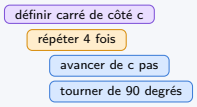


6. Blocs personnalisés

Un **bloc personnalisé** regroupe plusieurs instructions sous un seul nom.

- Il évite de recopier les blocs.
- Il rend le programme plus lisible.
- Il permet de décomposer le problème.

Exemple : bloc carré



On peut ensuite utiliser `carré de côté 50`.

7. Fonctions numériques

En mathématiques, une fonction associe un nombre à un résultat, par exemple $f(x) = 2x + 3$. Dans Scratch, on simule souvent ce calcul avec une variable **résultat**.

Calculer $f(x) = 2x + 3$

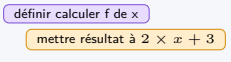
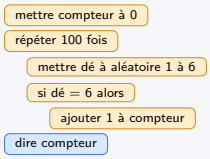


Table de valeurs : si $x = 4$, alors $f(4) = 11$.

8. Aléatoire

Le bloc `nombre aléatoire entre 1 et 6` permet de simuler un dé. Pour répéter une expérience, on utilise une boucle et un compteur.

Compter les réussites



9. Lire un programme

Méthode : repérer le départ, suivre les blocs dans l'ordre, noter les variables, tenir compte des tests et compter les répétitions.

10. Erreurs fréquentes

- Ne pas initialiser une variable.
- Confondre « mettre à » et « ajouter à ».
- Placer un bloc dans la mauvaise boucle.
- Utiliser un mauvais signe : $<$, $>$, $=$, $\leq$, $\geq$.
- Tourner du mauvais angle en géométrie.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercices types et méthodes

Chapitre 12 - Algorithmique et Scratch

11. Déboguer un programme

Pour corriger un programme :

1. tester avec une valeur simple ;
2. afficher les variables utiles ;
3. vérifier l'ordre des blocs ;
4. vérifier les conditions ;
5. vérifier le nombre de répétitions ;
6. corriger puis retester.

12. Savoir rédiger

Un bon commentaire précise :

- ce que fait le programme ;
- le rôle des variables ;
- le rôle des tests et des boucles ;
- le résultat attendu.

Exercice 1 - Lire une boucle

On met x à 2, puis on répète 5 fois : « ajouter 3 à x ».

$$2 \to 5 \to 8 \to 11 \to 14 \to 17$$

La valeur finale est 17.

Exercice 2 - Boucles imbriquées

Une boucle extérieure se répète 6 fois. À chaque tour, une boucle intérieure se répète 4 fois. Une instruction dans la boucle intérieure est exécutée :

$$6 \times 4 = 24 \text{ fois.}$$

Exercice 3 - Test

Condition : $x < 0$. Si $x = -7$, la condition est vraie. Si $x = 0$, elle est fausse. Si on veut accepter les nombres négatifs ou nuls, il faut écrire $x \leq 0$.

Exercice 4 - Fonction

Pour $g(x) = 5x - 2$:

x	0	3	-1
$g(x)$	-2	13	-7

Dans Scratch : `mettre résultat à 5 × x − 2`.

Exercice 5 - Polygone régulier

Pour tracer un hexagone régulier, on répète 6 fois : avancer puis tourner de

$$\frac{360}{6} = 60°.$$

Pour un octogone régulier, l'angle de rotation est $\frac{360}{8} = 45°$.

Exercice 6 - Aléatoire

On lance un dé 200 fois et on compte le nombre de 6. Le compteur doit être initialisé à 0 avant la boucle. Dans la boucle, si dé = 6, on ajoute 1 au compteur.

Exercice 7 - Programme de calcul

Programme : choisir un nombre, multiplier par 4, retrancher 7. L'expression calculée est :

$$4x - 7.$$

Pour $x = -2$, le résultat est $4 \times (-2) - 7 = -15$.

Checklist avant de rendre

- Le programme démarre avec un événement.
- Les variables sont initialisées.
- Les boucles ont le bon nombre de tours.
- Les tests couvrent tous les cas utiles.
- Le résultat affiché correspond au calcul attendu.
- Les noms de variables sont compréhensibles.

Mini-synthèse

Variable = mémoire. Test = choix. Boucle = répétition. Boucle imbriquée = répétitions multipliées. Bloc personnalisé = sous-programme réutilisable.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).